

# 大地电磁三维标量有限元正演及 MPI 并行计算

肖调杰<sup>1,2</sup>, 刘云<sup>1</sup>, 宋滔<sup>1,2</sup>, 王赟<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 地球化学研究所 矿床地球化学国家重点实验室, 贵州 贵阳 550002;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

本文从麦克斯韦方程组出发, 用加权余量法推导了磁场源情况下的变分方程, 用六面体对研究区域进行剖分, 然后在单元内进行线性插值, 最后得到总体刚度矩阵。用 Fortran 编程实现了三维大地电磁正演程序, 最后通过模型计算结果对比, 验证了程序的正确性; 用前人模型进行计算, 并与其结果对比, 二者一致。基于 MPI 实现了频点间的并行, 对一个三维模型进行计算, 并行后开启 16 进程时加速比达到了 11, 大大减少了所需时间。

## 1 三维正演基本理论

由麦克斯韦方程组得

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{H}}{\sigma - i\omega\epsilon} \right) - i\omega\mu\mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

其中  $\mathbf{H}$  是电场,  $\omega$  为角频率,  $\mu$  是介质的导磁系数,  $\sigma$  是介质的电导率,  $\epsilon$  是介质的介电常数。

假设初始大地电磁场是平面波场, 初始的偏振方向沿  $x$  轴或  $y$  轴, 选取足够大的六面体区域, 三维不均匀体产生的异常电磁场在边界区域上为零, 则电磁场的边界条件:

在上表面  $\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_{x0}$ ,  $\mathbf{H}_y = \mathbf{H}_{y0}$ ,  $\mathbf{H}_z = 0$ ; 在 4 个垂直边界面上, 电磁场的传播方向垂直向下, 与界面的法向垂直, 即  $\mathbf{E} \times \mathbf{H} \perp \Gamma$ ; 在底面上, 电磁场按指数规律向下传播,  $\mathbf{H}_x = be^{-kz}$ ,  $\mathbf{H}_y = ce^{-kz}$ ,  $\mathbf{H}_z = 0$ , 其中  $b, c$  是常数,  $k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma}$ ,  $\sigma$  是地面向下的介质电导率。用加权余量法推导, 再增加一罚项强加散度条件并得到其泛函,

$$\sum_v \int_e \nabla \times \delta \mathbf{H} \cdot \frac{\nabla \times \mathbf{H}}{\sigma} dv - \sum_v \int_e i\omega\mu\mathbf{H} \cdot \delta \mathbf{H} dv + \sum_{\square EFGSH} \int_{\square 5678} \frac{\lambda}{\sigma} \mathbf{H}_x \delta \mathbf{H}_x ds \quad (2)$$

最后得到总体刚度矩阵, 进而得到线性方程组, 解方程即可得各磁场分量。

## 2 模型计算

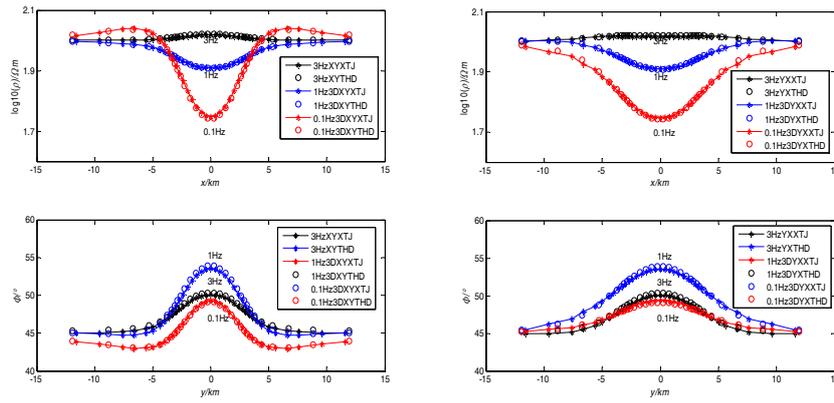
三维模型采用三维棱柱体模型(谭捍东等, 2003), 三维棱柱体尺寸为  $6000 \text{ m} \times 6000 \text{ m} \times 3000 \text{ m}$ , 电阻率为  $10 \Omega \cdot \text{m}$ , 顶面埋深为  $3000 \text{ m}$ , 围岩电阻率为  $100 \Omega \cdot \text{m}$ 。计算频点为  $3 \text{ Hz}$ 、 $1 \text{ Hz}$  及  $0.1 \text{ Hz}$  共 3 个频点, 将 YX 模式、XY 模式分别与谭捍东教授的数值模拟结果进行了对比, YX 模式对比如图 1 所示, 可以看到在  $3 \text{ Hz}$ 、 $1 \text{ Hz}$  及  $0.1 \text{ Hz}$  时, 不管是 XY 模式还是 YX 模式的视电阻率还是相位, 二者都非常一致。

## 3 并行计算

对一个低阻体模型在服务器上进行并行计算, CPU 为 Intel(R) Xeon® CPU E5-2690 v2 @ 3.00 GHz。从  $1000 \sim 0.01 \text{ Hz}$  范围内按对数均匀取 16 个频点进行计算, 网格大小为  $33 \times 31 \times 27$ 。串行时 16 个频点计算完成所需时间为  $7192 \text{ s}$ , 开启 16 个进程时所需时间为  $655 \text{ s}$ , 加速比达到了 11, 大大地缩短了所需时间。

**基金项目:** 国家科技 973 项目“华南大面积低温成矿作用”中“大型-超大型低温矿床成矿规律与找矿预测”课题(2014CB440905); 矿床地球化学国家重点实验室“十二五”项目群(SKLOGD-ZY125-01); 自然科学基金项目(批准号: 41425017); 贵州省自然科学基金“深部隐伏矿床音频电磁法数值模拟及勘探模式研究”(2014GZ93278); 国家自然科学基金“起伏地形条件下三维大定源回线瞬变电磁场数值模拟研究”(41440031)

**作者简介:** 肖调杰, 男, 1991 年生, 硕士研究生, 从事大地电磁数值模拟。E-mail: xiaotiaojie@mail.gyig.ac.cn



(a) XY 模式视电阻率及相位对比

(b) YX 模式视电阻率及相位对比

图 1 视电阻率及相位对比

### 4 结 论

- (1) 通过模型计算并与解析解或前人结果进行对比，充分说明算法和程序是可靠及有效的；
- (2) 基于 MPI 实现了三维大地电磁频点间的并行，非常有效地减少了所需时间。

### 参 考 文 献:

童孝忠. 2008. 大地电磁测深有限单元法正演与混合遗传算法正则化反演研究. 长沙: 中南大学.  
 谭捍东, 余钦范, Booker J. 2003. 大地电磁法三维交错采样有限差分数值模拟. 地球物理学报, 46(5): 7.