

基于遗传算法优化的退化 Fourier 偏移算子

汤聪^{1*} 符力耘²

1 中国科学院地球化学研究所 贵阳 550081; 2 中国石油大学 (华东) 青岛 266580

1. 摘要

纯 Fourier 常系数偏移算子在地震成像领域中有很广泛的应用。该类算子具有许多的优点, 如算法结构简单且稳定、免疫由差分运算导致的网格频散和三维算子分裂误差、具有很高的计算效率等。但由于常系数算子的全局或半全局特性, 该类算子难以准确刻画强非均匀介质中大角度波的传播特征。因此, 我们在 Lippmann-Schwinger 单程波动积分方程的基础上, 利用 Taylor 展开和有理逼近构建了退化 Fourier (DF) 算子。理论上说, 找到合理的常系数是决定 DF 算子精度的关键。所以, 为了寻找“最优”的算子常系数, 避免在寻优过程中陷入局部极值的困境, 我们引入遗传算法作为 DF 算子求取常系数的工具。为了证明该方法的有效性, 我们比较了不同算子角谱, 讨论了相对相位误差情况。随后利用 SEG/EAEG 盐丘模型进行偏移算例验证, 证明了该方法的有效性。

2. 方法与推导

地震波在非均匀介质中传播可以分为边界散射和体散射两个部分, 可以利用广义 Lippmann-Schwinger 积分方程式进行表达。为了将该方程引入地震偏移成像中, 对其进行单程波逼近, 得到如下的单程波版本:

$$(k_z + k'_z)u(k_x, z + \Delta z) - \frac{\Delta z k_0}{2} F_x(k_x, z + \Delta z) = \left[2k_z u(k_x, z) + \frac{\Delta z k_0}{2} F_x(k_x, z) \right] \exp(ik_z \Delta z), \quad (1)$$

式中 k_z 、 k_x 分别是垂直和水平波数, k'_z 为下伏相邻介质的波数, k_0 为背景波数, $F_x(k_x, z) = FT_x \{ik_0 [n(r)-1]u(r)\}$, FT_x 代表从 x 到 k_x 的 Fourier 变换。在 (1) 式的基础上, 通过 Taylor 展开和有理逼近, 我们得到 DF 算子的频散关系:

$$\bar{k}_z = \sqrt{1 - \bar{k}_x^2} + (n - 1) + (n - 1) \sum_{j=1}^m \frac{a_j \bar{k}_x^2}{1 + b_j \bar{k}_x^2}, \quad (2)$$

式中 \bar{k}_z 、 \bar{k}_x 是归一化波数, n 为声波折射率的离散形式。因为常系数 a_j 、 b_j 与速度横向扰动无关, 故方程 (2) 是一个退化的算子表达式, 可以利用纯 Fourier 变换进行数值实施。对应的 DF 算子频散误差为:

$$E(\theta, n) = \sqrt{1 - \bar{k}_x^2} + n - 1 + \sum_j C_j (n - 1)^j - \sqrt{n^2 - \bar{k}_x^2}, \quad (3)$$

式中 θ 为波传播角度, $C_j = a_j k_x^{-2} / (1 + b_j k_x^{-2})$ 。公式 (3) 对应的目标函数为:

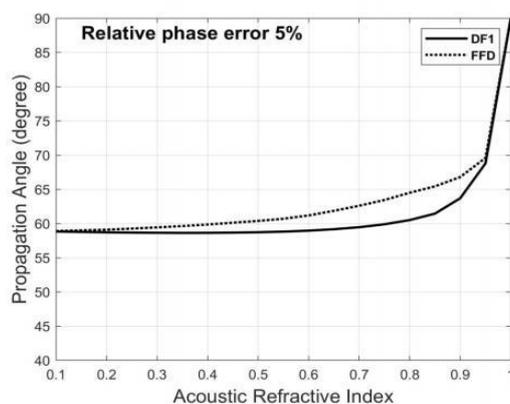
$$J = \int_0^1 \int_{\varphi} E^2(\theta, n) d\theta dn, \quad (4)$$

式中 φ 为设计的波传播角度范围。我们可以通过求取方程 (4) 的最小值来寻找“最优”的算子常系数 a_j 、 b_j 。

从方程 (3)、(4) 的结构中可以看出, DF 算子常系数求取是一种非线性多参数的优化问题。选取局部优化的算法 (如最小二乘), 在求取过程中很容易陷入局部极值, 不同的初值将导致不同的优化结果。同时, 若赋予的初值远离“真值”, 那么我们将难以找到算子“最优”的 a_j 、 b_j 。因此我们选取经典的遗传算法 (全局优化算法, 不需提供初值) 作为求取 a_j 、 b_j 的工具, 力求进一步提高 DF 偏移算子刻画强非均匀性介质中高角度波的能力。

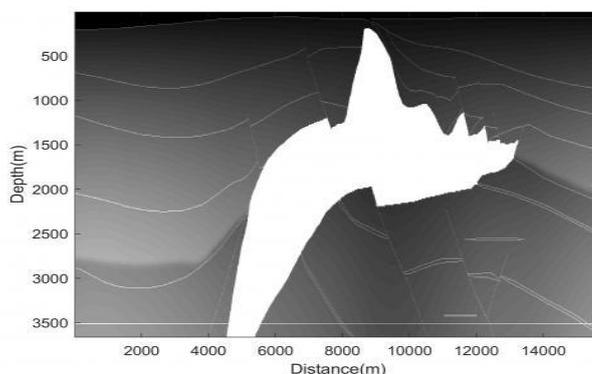
3. 角谱分析和偏移算例

在实际应用，一阶的退化 Fourier (DF1) 算子就可以满足大多数场景的需求，所以我们以 DF1 为例，讨论算子的有效性。图一给出了相对相位误差为 5% 时，FFD 和 DF1 算子的角谱。从图中可以看出，DF1 算子从均匀介质到强非均匀介质间都有良好的表现，算子精度与 FFD 非常接近。

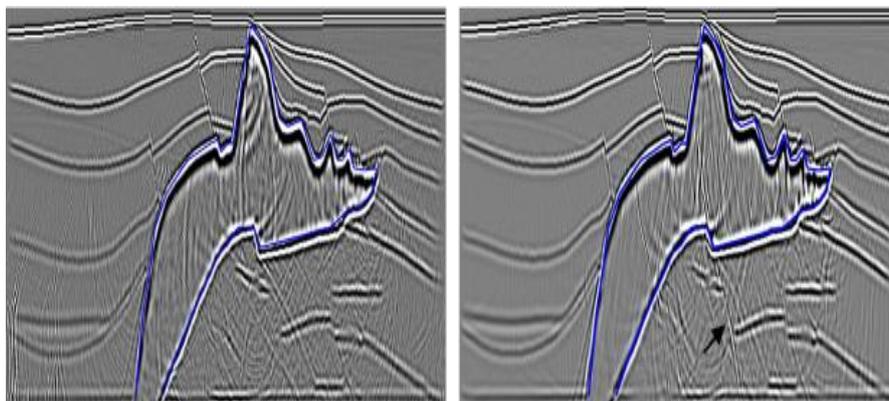


图一、DF1 和 FFD 算子角谱的比较

随后我们选取了 SEG/EAEG 盐丘模型 (图二) 作为偏移算例来进一步验证新方法的有效性。图三比较了 FFD 和 DF1 两种偏移算子的叠后深度偏移结果。从盐丘轮廓 (蓝线) 可以看出，两种方法对盐丘的主体形态成像都与实际基本吻合。与 FFD 算子相比，DF1 算子对盐丘下的断层进行了准确的成像 (图三黑箭头)，偏移噪声得到明显压制。



图二、SEG/EAEG 盐丘模型



图三、FFD (左) 与 DF1 (右) 叠后深度偏移对比

4. 结论

通过角谱和算例分析,证明了通过遗传算法的优化,使退化 Fourier 偏移算子具有很高的成像精度。该算子保留了纯 Fourier 常系数偏移算子的结构,每一层延拓只需要三次 FFT,具有很高的计算效率,同时免疫算子分裂误差,非常容易拓展为三维偏移算子。

参考文献

Fu, Li-Yun. Comparison of different one-way propagators for wave forward propagation in heterogeneous crustal wave guides. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2006, 96.3: 1091-1113.

Sambridge, M., & Drijkoningen, G. Genetic algorithms in seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 1992, 109.2, 323-342.