

分类号 V241.62

密 级 _____

U D C _____

编 号 _____

中国科学院地球化学研究所
博士后研究工作报告

基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统
误差估计方法研究

陈霖周廷

工作完成日期 2016年6月-2019年5月

提交报告日期 2019年7月

基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统 误差估计方法研究

Research On Error Estimation of Airborne Gravimeter Based on
SINS/GNSS

博 士 后 姓 名 : 陈霖周廷
合 作 导 师 姓 名 : 黄智龙 研究员
流动站(一级学科)名称 : 地质学
专 业(二级学科)名称 : 地球物理

研究工作起始时间 : 2016年6月5日
研究工作期满时间 : 2019年5月31日

中国科学院地球化学研究所
矿床地球化学国家重点实验室

2019年7月

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT	II
第一章 绪 论.....	1
第一节 选题背景及意义.....	1
第二节 国内外研究现状分析.....	7
一、SINS/GNSS 组合测量系统的发展现状.....	7
二、SINS/GNSS 组合测量系统误差模型的研究现状.....	12
三、SINS/GNSS 组合测量系统重力扰动补偿方法的研究现状.....	14
第二章 SINS/GNSS 高精度系统误差建模的研究.....	17
第一节 引言.....	17
第二节 SINS/GNSS 惯性器件误差形成机理及建模.....	18
一、SINS/GNSS 惯性器件的误差机理分析.....	18
二、SINS/GNSS 惯性器件的误差建模.....	20
第三节 SINS/GNSS 组合导航计算误差形成机理及建模.....	24
一、SINS/GNSS 组合导航计算误差机理分析.....	24
二、SINS/GNSS 组合导航计算误差建模及处理.....	26
第四节 SINS/GNSS 高阶系统误差模型的建立及系统状态可观测度分析.....	27
一、SINS/GNSS 高阶系统误差建模.....	27
二、SINS/GNSS 高阶系统误差模型可观测度分析.....	30
第三章 SINS/GNSS 的高精度重力扰动补偿方法研究.....	37
第一节 引言.....	37
第二节 基于重力扰动的 SINS/GNSS 误差分析.....	39
第三节 基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿方法.....	40
第四章 SINS/GNSS 性能测试和高阶误差建模和重力补偿实验研究.....	50
第一节 SINS/GNSS 系统性能测试.....	50
一、IMU 误差标定测试.....	50

二、IMU 静态测试	62
三、SINS/GNSS 姿态仿真测试	66
第二节 SINS/GNSS 高阶误差建模实验研究	73
一、仿真实验及结果分析	73
二、飞行实验及结果分析	77
第三节 SINS/GNSS 重力补偿实验研究	80
一、实验方案设计	81
二、实验数据处理流程及结果分析	82
第五章 总结	90
致 谢	91
主要参考文献	92
附 件	96

摘 要

基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统将 SINS 数据短期精度高、输出数据频率高的优点和 GNSS 数据长期稳定性好、不随时间漂移的优点集为一体，进行了 SINS/GNSS 数据融合处理，可以快速经济地获取分布均匀、精度良好、大面积的重力场高频信息。

由于航空作业工作环境复杂恶劣引起的惯性器件误差和系统输出参数中的随机误差现象十分严重，因而在器件精度不变的情况下，SINS/GNSS 的测量精度和性能的高低取决于对其各种误差源的有效处理。本报告主要对 SINS/GNSS 的高精度误差建模、SINS/GNSS 的高精度重力扰动补偿方法进行研究，主要研究内容如下：

1、为了提高 SINS/GNSS 系统误差模型的建模精度，针对传统误差模型由于忽略惯性器件标定残差及简化误差源模型带来的不足，本报告在 15 维传统误差模型的基础上，考虑刻度因子误差和安装误差的标定残差，并使用随机常值和一阶马尔科夫过程表示陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置，并且顾及到重力扰动以及空间同步误差，建立了一个 45 维的高阶误差模型，并进行 SINS/GNSS 与载荷的联合飞行实验，验证了该模型的准确性和实用性。

2、针对 SINS/GNSS 导航计算中通常采用正常重力模型，而忽略了重力扰动对 SINS/GNSS 结果产生影响的问题，本报告提出了一种基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿方法，将 SINS 测量得到的比力信息与 GNSS 测量得到的运动加速度信息进行求差计算，获取带有随机误差的重力扰动信息，建立重力扰动场的自回归统计模型，进而构建卡尔曼滤波器对 SINS/GNSS 系统状态进行最优估计，获取更加精确的重力扰动值，并在惯性导航方程的每个迭代周期进行重力扰动高精度补偿。SINS/GNSS 与载荷的联合飞行实验结果表明，基于本报告提出的重力扰动补偿方法的 SINS/GNSS 水平姿态精度有明显提高。

关键词：SINS/GNSS；高阶误差模型；重力补偿；时间序列分析

Abstract

The SINS/GNSS based airborne gravimeter gathers the advantages of both strapdown inertial navigation system (SINS) and global navigation satellite system (GNSS), such as short-term high accuracy, high frequency output, long-term stability, so it can obtain quickly and economically the gravitational field of large area with the characteristic of uniform distribution and good accuracy.

On condition that the SINS/GNSS hardware is fixed, the accuracy of SINS/GNSS depends crucially on the proper treatment on the various errors. In this report, the high-order error modeling on SINS/GNSS and the gravity compensation method are studied. The main contents of research are given as follow:

1. Since the traditional SINS error model often ignores the residual calibration error of inertial sensors, a precise high-order error model with 45 dimensions was derived considering the influence of scale factor error, installation error and using the constants, first-order Markov process models to express the gory drift and accelerometer bias in this report. The proposed error model is compared with the other error models in the SINS/GNSS-Load combined flight experiment. The results show that the accuracy of SINS/GNSS based on 45-dimensional error model is apparently increased.

2. Since SINS/GNSS navigation algorithms consider the gravity field to be the normal gravity model, meaning that gravity disturbance is ignored in the SINS/GNSS navigation procedure, then gravity disturbance becomes a significant error source with decisive effects on the accuracy of SINS/GNSS. In this report, an innovation approach of the gravity compensation is proposed, which combines the benefits of the direct difference approach and the gravity disturbance modeling approach. The basic idea of the proposed approach is to obtain the limited-precision gravity disturbance via the direct difference approach, and establish an appropriate model for the gravity disturbance by time series analysis, then based on this model, achieve the optimal estimation of the gravity disturbance by using Kalman Filter. The SINS/GNSS-Load combined flight experiment results demonstrate that the proposed approach can increase the attitude accuracy of SINS/GNSS.

Keywords: SINS/GNSS; High-order error model; Gravity compensation; Time series analysis

第一章 绪 论

第一节 选题背景及意义

根据牛顿万有引力定律，任何物体间都有相互作用的力存在，力的大小与物体的质量成正比，与物体间的距离的平方成反比，其方向指向建立力场的物体。因此，在地球表面的一切物体都将受到除该物体之外的地球总质量（忽略其它天体）引力场对物体产生的引力作用。另外，地球不停地绕自转轴以一定角速度自转，地表上除两极点外所有的点都在与自转轴垂直的平面上作圆周运动，将受到方向垂直于自转轴向外的惯性离心力。地球对物体的引力和地球自转产生的惯性离心力两个力的矢量差值形成了地球重力，其中引力是决定重力大小的根本因素。地球表面及其邻近空间存在的这种重力作用或重力效应就是重力场。

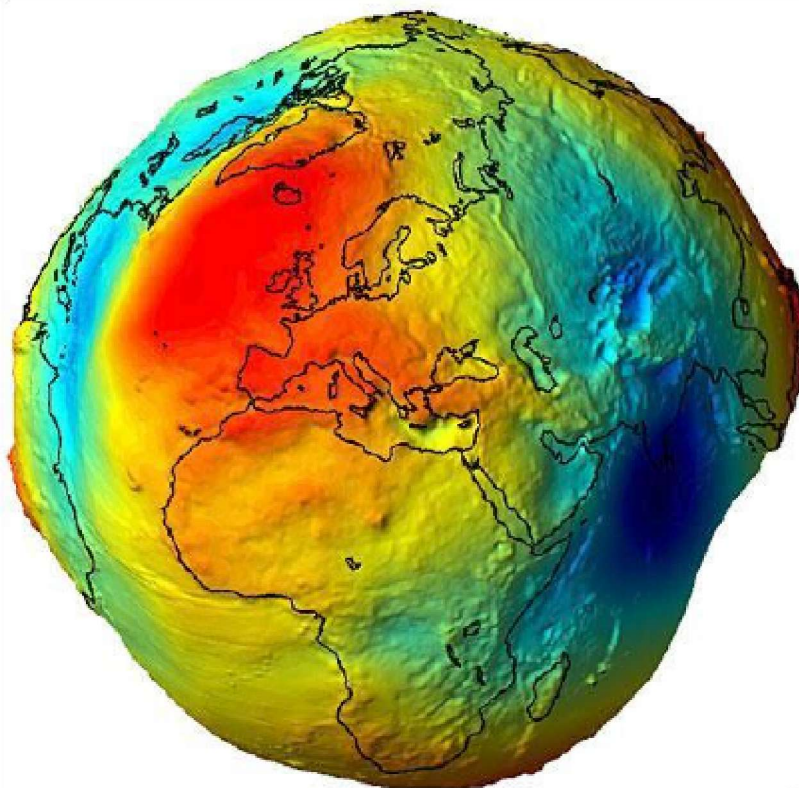


图 1-1 欧洲空间局重力卫星 GOCE 获得的数据绘制的地球重力场

总所周知，地球是由各种不同的岩石和矿石所组成的一个形状不规则的球体，并由于地球内部和外部各种因素的相互作用，形成了各种不同形式的地质构造，当这些地质构造或矿山的密度和周围岩石的密度不同时，所占据的空间就会出现质量的剩余或亏损，从而造成重力场强度的差异（图1-1）；反过来说，研究

地下物质密度分布不均匀引起的重力变化，可以了解和推断地球的结构、地壳的构造，以及勘探矿产资源^[1]。

精准的重力场确定可以提供自然科学所需的基础信息，支持多种学科的相关研究，对大地测量学、空间科学、地球物理学、地球动力学、资源勘探以及现代军事等学科具有重要意义^[2]。重力场提供了反映地球内部构造的重要手段，联合重力场变化和三维地震层析成像，结合由大地测量获得的地球表面形变和位移信息以及对地幔物质物理化学性质的实验研究，加之地壳及岩石圈的磁异常信息，加深对地球内部密度异常结构及其动力过程的了解^[3]。综合地面重力观测、海面测高重力场数据、（超）高阶全球重力场模型、船测重力数据以及高分辨地形数据，进行陆海一致的多源重力场数据融合，建立超高阶陆海统一地球重力场模型（图 1-2），构建以似大地水准面为参考面的陆海统一的高程基准框架，反演地壳结构^[4]。

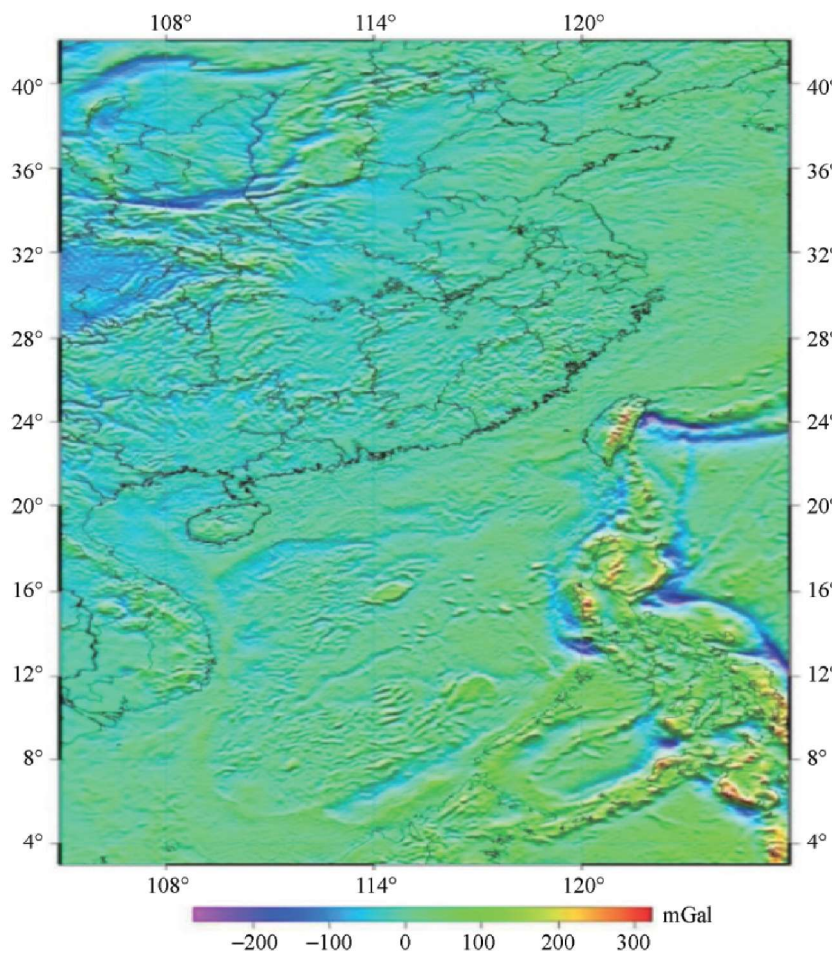


图 1-2 陆海统一重力场

利用各类高精度地表重力观测网络资料，研究重力场潮汐和非潮汐变化特征及其动力学意义，结合地球自由振荡异常谱峰分裂和液态地核自由章动理论模拟，提取地球液态地核的运动特征等地球内部动力学信号，获得地球内部结构参数和核慢藕合特征的直接证据（图 1-3）^[5]。

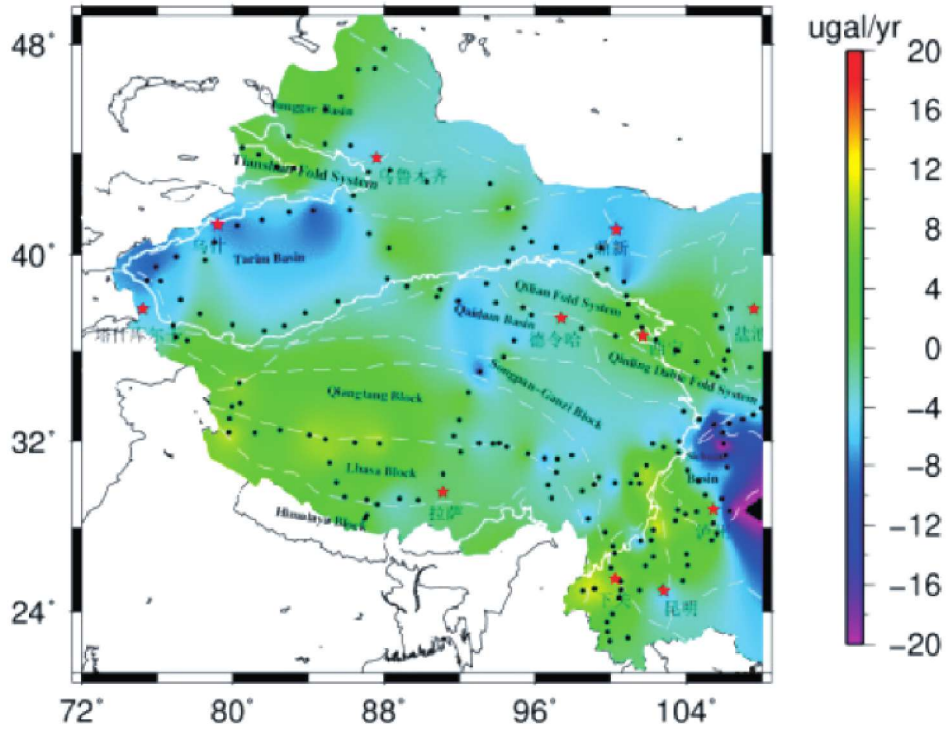


图 1-3 青藏高原及邻区重力场变化

基于卫星重力数据，利用卫星重力和扣除比容的卫星测高测量技术定量估计地球两极区域冰盖质量变化趋势（图 1-4），精准计算冰雪消融速率的空间分布，精化冰雪消融的区域变化^[5]。

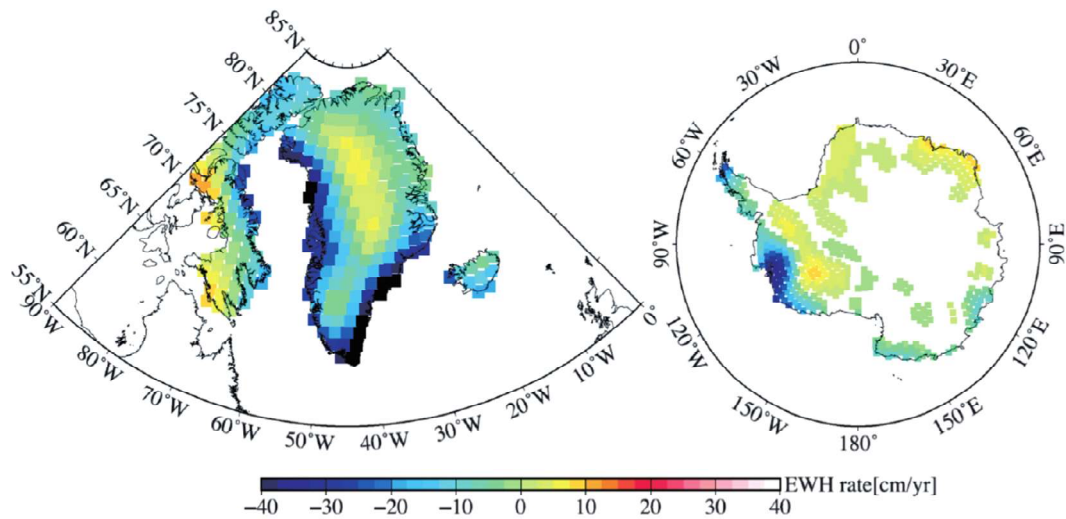


图 1-4 格陵兰岛和南极区域质量线性变化速率

在不同的应用领域，对重力测量的精度和分辨率的要求也不同（表1-1）^[6]。大陆岩石圈结构构造研究遵循现场采集物理场数据、处理数据并提取地下信息、分析和解释所提取的信息和建立高空间分辨率的三维地壳上地幔的研究程式，综合运用重力测量等地球物理探测方法查明区域地壳及全球地幔物性结构，通过信息处理和反演可取得空间准确定位的描述固体地球内部不均匀性和构造的地球模型^[7]，在此领域对重力测量要求达到1~2mGal 精度水平，空间分辨率要求达到100km 水平。

从确定地球物理形状即大地水准面的角度而言，综合利用重力场多源观测数据构建一个从理论上逼近大地水准面经典定义的重力等位面（即地球重力场模型），不同地球重力场模型所采用的数据和构建方法存在差异，致使其确定的地球重力场模型对实际地球重力场表达能力有所不同，但在不考虑时变因素和参考椭球差异时，其本质上都是对同一个真实地球重力场的理论逼近^[8]，在此领域对重力测量要求达到 2mGal 精度水平，空间分辨率要求达到 10~100km 水平。

基于成矿理论指导和地球物理找矿实践积累所建立的综合地球物理勘探模式可以有效地克服地质观察的不统一性和物化探的多解性，容易形成多方法、多参数、多尺度综合勘探的技术优势^[9]。在资源勘探领域中，尤其是金属矿产勘探对重力测量要求的精度和空间分辨率较高。

表 1-1 不同应用领域对重力测量精度和分辨率的需求水平^[10]

应用领域	应用对象	重力场差异 (mGal)	空间分辨率 (km)
固体地球	大陆岩石圈	1~2	100
	海洋岩石圈	0.5~1	100~200
海洋学	洋盆尺度	0.1	1000
	小尺度	1~2	100
冰盖	岩基	1~5	50~100
大地测量学	大地水准面	2	10~100
	全球高程系统	1	100~20000
	惯性导航系统	1~5	100~1000
	精密定轨	1~3	100~1000
资源勘探	石油、天然气	0.5~1	1~10

	金属矿产	0.5~1	1
--	------	-------	---

凡与重力有关的物理现象,原则上都可用来测定重力值。对地球重力场测量的方法主要可以分为地面重力测量、海洋重力测量、航空重力测量。

地面重力测量是采用重力仪在野外流动观测以获取测区内重力分布的资料,通常采用以下三种方法:

(1) 顺序单次观测法

重力仪在较短的时间内完成一个测量段,满足在同一测量段内测量环境基本类同,而且仪器零位变化可以近似为线性变化,从而可进行线性零位校正。

(2) 重复观测法

可以完全重复测量,也可以间隔重复进行测量,在零位校正时进行线性或二次型等非线性校正。

(3) 非顺序观测法

测点的空间分布是随机的或半随机的,在同一个观测序列里,测站在空间上相距尽可能远,以便使测点在空间上的最终分布与时间最不相关^[11]。

以矿产勘探为目的的地面重力测量要求测网布置满足:被探测的对象应在测区中央,测区要有足够大的面积以便确定区域背景场;测区内尽可能包括已知地质情况的地段;测线方向尽可能垂直于探测对象的走向,并尽可能与已有的勘探线或地质剖面一致或平行;测线间距不能大于地质体在地面投影长度的 $1/2\sim 1/3$,以保证有 $2\sim 3$ 条测线落在地质体在地面的投影范围内;测点间距离应小于异常波长的 $1/2\sim 1/3$,保证至少有 $2\sim 3$ 个测点,能在规定的工作精度上反映重力变化^[11]。表1-1中表明矿产资源勘探对重力测量的要求较高,所以在测网布置中的对测地工作精度要求也很高,需要高精度确定测点的坐标、高程,以便进行纬度、高度和中间层校正,在地形起伏较大或地下坑道、平硐中工作时,还要作相应的地形测量,以便进行相应校正。因此,基于重力仪的地面重力测量方法可以得到各测点的精确测量结果,但受地形等客观因素的制约,不仅效率低下,而且人力物力耗费巨大。

海洋重力测量是将重力仪安装在船上,采用走航式的连续观测方法进行重力测量,主要分为路线测量和面积测量两种方式。海洋重力测量与陆地重力测量相比,其特殊要求在于:需要在港口、码头建立重力基点,重力测量采用单次观测

法, 起始、闭合于这些基点; 需要准确的航向、航速及位置等船只运动参数; 要求船只沿航线测线尽量保持匀速、直线航行。以船只为载体的海洋重力测量主要受四个方面的干扰: 因船只载体相对于地球运动改变了作用在重力仪上的离心力而对重力产生的厄缶效应影响; 因波浪或船只引擎震动等因素引起的水平方向上周期性加速度对重力的影响; 因波浪或船只引擎震动等因素引起的垂直方向上周期性加速度对重力的影响; 当旋转型重力仪安装在惯性稳定平台上进行重力测量时, 周期相同、相位差 $\delta/2$ 的垂直加速度和水平加速度共同作用在摆杆上的一种交叉耦合效应影响^[12]。为了消除这些干扰, 保证重力测量的精度, 必须增置必要的辅助设备, 如惯性稳定平台, 仪器自动记录系统, 和进行数据处理的电子计算机等。但是, 海洋重力测量的载体运动速度低且只能限于海面作业, 是一种低效的重力测量方法^[13]。

航空重力测量是将重力仪安装在飞机等航空器上进行观测, 与地面重力测量和海洋重力测量相比具有非常明显的高速测量的优点。除此之外, 航空重力测量的优势还在于: 不受测区条件的限制, 飞机载体原则上能够无限制地进入任何勘探目标, 对于高山、丛林、沙漠、沼泽, 特别是在海岸线过渡带或陆水分界处都易于进行重力测量; 不受地形起伏的影响, 其测量的重力数据在一个水平面上采集, 不像地面重力在变化的基准面即在起伏面上采集, 地形校正误差和近地表小的横向密度变化引起的重力效应大大减小; 能够连续地对数据取样和处理, 解决在地面重力中由于取样不够密集而普遍存在的假频问题^[12]。航空重力测量的基本原理是从重力仪测得的比力中减去载体相对于地球的加速度从而获取重力值, 因此航空重力测量系统通常包括比力测量系统和加速度测量系统。

目前, 由捷联惯性导航系统 (Strapdown Inertial Navigation System, SINS) 和全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 组成的基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统, 其中 SINS 的捷联式惯性测量单元 (Inertial Measurement Unit, IMU) 由三只陀螺和三只加速度计组成^[14], 具有短时高精度、完全自主式、齐全的位置速度姿态信息输出和数据更新频率高的优点, 但 SINS 的导航误差随时间积累增长; GNSS 具有长时稳定性, 定位误差不随时间无约束发散的优点, 但 GNSS 存在动态环境中可靠性差、一般只提供定位和测速并且数据更新频率低。综上可知 SINS 和 GNSS 各有优势且具有互补性, 因此 SINS/GNSS

集合了 SINS 数据短期精度高、输出数据频率高、不受外部环境干扰和 GNSS 数据长期稳定性好、误差不随时间漂移的优点于一体，可以获取高精度比力测量信息和载体加速度测量信息。SINS 机械结构简单、重量轻、体积小、功耗低、测量效率高，但是由于捷联惯导系统的惯性测量单元直接固联在飞机载体上，其承受的动态环境恶劣，对惯性传感器的测量动态范围、刻度因子稳定性等性能指标有较高的要求。

本报告研究基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统误差估计方法，通过深入分析影响基于 SINS/GNSS 的航空重力测量系统精度的误差源，归纳误差源之间的相互关系，经过误差估计和补偿进而提高基于 SINS/GNSS 的航空重力测量的精度。

第二节 国内外研究现状分析

一、SINS/GNSS 组合测量系统的发展现状

目前，国际上的 SINS/GNSS 组合测量系统已经达到了很高的技术指标，最典型的产品是加拿大 APPLANIX 公司研制的 POS/AV 系列^[15]，包括 POS/AV310、POS/AV410、POS/AV510、POS/AV610，如图 1-5 所示。其中 POS/AV610 采用了高精度激光陀螺 IMU 与 GPS 组合，通过离线处理后的水平姿态精度与航向精度分别达到 0.0025° 和 0.005° ，具体技术指标如表 1-2 所示，各项性能参数均指误差的均方根误差(Root Mean Square Error, RMS)，其中，C/A GPS 表示利用粗码进行单点定位；RTK 表示实时载波相位差分定位。



(a) POS/AV 310



(b) POS/AV 410



(c) POS/AV 510



(d) POS/AV 610

图 1-5 加拿大 APPLANIX 公司的 POS/AV 系列产品

表 1-2 加拿大 APPLANIX 公司 POS/AV 系列产品性能参数

POS/AV 310			
性能指标	C/A GPS	RTK	事后处理
位置 (m)	4.0~6.0	0.1~0.3	0.05~0.3
速度(m/s)	0.05	0.01	0.075
横滚和俯仰(°)	0.03	0.03	0.015
航向(°)	0.1	0.07	0.035
POS/AV 410			
性能指标	C/A GPS	RTK	事后处理
位置 (m)	4.0~6.0	0.1~0.3	0.05~0.3
速度(m/s)	0.05	0.01	0.005
横滚和俯仰(°)	0.015	0.015	0.008
航向(°)	0.08	0.04	0.015
POS/AV 510			
性能指标	C/A GPS	RTK	事后处理
位置 (m)	4.0~6.0	0.1~0.3	0.05~0.3
速度(m/s)	0.05	0.01	0.01
横滚和俯仰(°)	0.008	0.008	0.005
航向(°)	0.07	0.04	0.008
POS/AV610			
性能指标	C/A GPS	RTK	事后处理
位置 (m)	4.0~6.0	0.1~0.3	0.05~0.3
速度(m/s)	0.03	0.01	0.005
横滚和俯仰(°)	0.005	0.005	0.0025
航向(°)	0.03	0.02	0.005

瑞士 Leica 公司为了节约航空数据生产时间和成本，提高项目进行效率，研发了高精度定位定向系统 IPAS20^[16]，如图1-6所示。IPAS20 目前有四款 IMU 可供选择，分别为 NUS4、DUS5、NUS6 和 CUS6，具体技术指标如表 1-3 所示。



图 1-6 瑞士 Leica 公司的 IPAS20 产品

表 1-3 瑞士 Leica 公司 IPAS20 性能参数

IMU 类型		NUS4	DUS5	NUS5	CUS6
事后处理 精度	位置 (m)	0.05~0.3	0.05~0.3	0.05~0.3	0.05~0.3
	速度(m/s)	0.005	0.005	0.005	0.005
	横滚和俯仰(°)	0.008	0.005	0.005	0.0025
	航向(°)	0.015	0.008	0.008	0.005

德国 IGI 公司研制开发的高精度定位定向系统 AEROcontrol^[17]，由一台集成高端 GPS 接收机的传感器管理装置 SMU 和一个光纤陀螺 IMU 组成，如图 1-7 所示。AEROcontrol 对航摄仪、激光雷达等遥感载荷的位置和姿态信息进行直接精确测量，结合空间三角测量进行位置姿态数据联合平差，可以达到大比例尺测图或工程测量的要求，并可大大减少对地面控制点的需求或根本无需地面控制点。AEROcontrol 有 I 型、II 型和 III 型三种不同精度的系统，可以满足不同用途测量任务的需求，具体技术指标如表 1-4 所示。



图 1-7 德国 IGI 公司的 AEROcontrol 产品

表 1-4 德国 IGI 公司的 AEROcontrol 性能参数

产品类型		AEROcontrol -I	AEROcontrol -II	AEROcontrol -III
事后处理	位置 (m)	0.05	0.05	0.05
	速度(m/s)	0.005	0.005	0.005
精度	横滚和俯仰($^{\circ}$)	0.008	0.004	0.003
	航向($^{\circ}$)	0.015	0.01	0.007

我国对 SINS/GNSS 组合测量系统的研制及应用开展的时间相对国外较晚。北京航空航天大学联合中国航空工业集团六一八研究所在国家“863”计划的支持下，于 2004 年成功研制出第一代基于挠性陀螺（陀螺漂移为 $0.1^{\circ}/h$ ）的机载 POS^[18]，水平姿态精度和航向精度分别达到了 $0.02^{\circ}(\delta)$ 和 $0.1^{\circ}(\delta)$ ，IMU 质量为 6.5kg，如图 1-8 所示。



图 1-8 第一代国产挠性 POS

“十一五”期间，在国家“863”计划支持下，北京航空航天大学针对高精度轻小型航空对地观测系统的需求，开展了小型化挠性陀螺 POS 和高精度光学陀螺 POS 的关键技术攻关和产品研制。北京航空航天大学于 2008 年主持研制成功第二代挠性陀螺 POS（采用航天科工 33 所挠性陀螺仪和石英挠性加速度计），如图 1-9 所示。与第一代挠性陀螺 POS 相比，水平姿态精度由 $0.02^{\circ}(\delta)$ 提高到了 $0.008^{\circ}(\delta)$ ，航向精度由 $0.1^{\circ}(\delta)$ 提高到了 $0.02^{\circ}(\delta)$ ，同时 IMU 质量由 6.5kg 减小到了 1.5kg^[14]。

北京航空航天大学于 2010 年成功研制小型光纤陀螺 POS（采用了北航光电所的光纤陀螺和航天科工 33 所的石英挠性加速度计），航向精度和水平姿态精度

分别达到了 0.02° (σ) 和 0.01° (σ) ,IMU 质量为 $3\text{kg}^{[19]}$ 。同年,北京航空航天大学成功研制出高精度激光陀螺 POS (采用国防科技大学激光陀螺和航天科工 33 所石英挠性加速度计),精度优于 POS/AV510、接近 POS/AV610 的水平(航向精度 0.005° ,水平精度 0.0025°) ,IMU 质量为 $6.7\text{kg}^{[20-26]}$,如图 1-10 所示。

总体而言,我国在 SINS/GNSS 组合测量系统研制和应用方面已经开展相关研究工作,并取得了一定的成果。但是,目前我国的 SINS/GNSS 组合测量系统在精度、体积和质量上都与国外仍有一定差距。



图 1-9 第二代国产挠性陀螺小型化 POS



图 1-10 国产高精度激光 POS

二、SINS/GNSS 组合测量系统误差模型的研究现状

众所周知,SINS/GNSS 组合测量系统通常使用卡尔曼滤波器 (Kalman Filter, KF) 进行 SINS 和 GNSS 的数据融合,为了列写 KF 滤波系统方程必须先建立一个系统误差模型,包括 SINS 和 GNSS 的误差模型、惯性器件随机误差模型、SINS 数据和 GNSS 数据协方差的先验信息等。系统误差模型是否精确和合适,很大程

度上影响了 SINS/GNSS 组合测量系统的测量精度。

1985 年, Knudson^[27] 提出一种 93 阶 INS 误差模型, 其误差状态包含: 位置误差、速度误差、姿态误差、高度通道误差, 这些误差状态归类于标准 Pinson 误差方程状态和气压高度表阻尼相关状态; 陀螺逐次启动漂移误差、加速度计逐次启动偏置误差, 这类误差状态的数学模型用随机常值定义; 陀螺慢变漂移误差、加速度计慢变偏置误差, 这类误差状态的数学模型用一阶马尔科夫过程定义; 以及各种环境敏感因子误差等。这种 93 阶 INS 误差模型从理论上讲是精确和完备的, 但由于其阶数太高导致计算量过于繁重, 因此在实际应用中意义不大, 通常用于理论分析。

1991 年, Lewantowicz^[28] 对在 93 阶 INS 误差模型基础上简化得到的一种 39 阶 INS 误差模型进行了研究, 结果表明 39 阶 INS 误差模型完全可以替代 93 阶 INS 误差模型, 并没有明显的精度损失。1995 年, Evans^[29] 在 GPS/INS 数据融合应用中, 将系统误差模型在 39 阶 INS 误差模型基础上引入了 30 阶、22 阶和 10 阶 GPS 误差模型。通过对结果的比较分析, 得出 39 阶 INS 模型+22 阶 GPS 模型组成的 61 阶系统误差模型效果较好的结论。

2001 年, Grewal^[30] 建立了一个应用于 GNSS/INS 紧组合的 58 阶系统误差模型, 其状态包含位置误差、速度误差、加速度误差、姿态角误差、角速率误差、加速度计偏置误差、加速度计刻度因子误差、陀螺漂移误差、陀螺刻度因子误差、GNSS 接收机钟误差、GNSS 接收机钟漂移率误差、各颗卫星伪距误差。

随着惯性器件技术的不断发展, 诸如环境敏感因子误差等因素在系统误差建模中一般都予以忽略。并由于在航空遥感的应用中 POS 一般采用松散组合的滤波方式进行 SINS/GPS 数据融合解算, 因此通常采用 15 阶系统误差模型, 其系统状态分别为 3 个位置误差、3 个速度误差、3 个姿态角误差、3 个轴向的陀螺随机常值漂移和 3 个轴向的加速度计随机常值偏置。加拿大 Novatel 公司研制的商业通用 POS 后处理软件 Inertial Explore 采用的就是 15 阶系统误差模型^[31]。该 15 阶系统误差模型将陀螺和加速度计的刻度因子和安装误差考虑为标定后补偿完全, 不存在残差, 只考虑陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置。但是陀螺和加速度计的刻度因子和安装误差的标定结果通常与理想值有差异, 这将直接影响 POS 的测量精度。高精度 POS 必须全面考虑各主要误差源对系统精度的影响,

建立一个精确完备的系统误差模型将会有效地提高 POS 测量精度。

近年来,加拿大 Applanix 公司生产的 POS/AV 系列产品,其使用的系统误差模型的阶数在 25~35 维之间^[32-33];瑞士 Leica 公司生产的 IPAS 系列产品,同样使用了高阶系统误差模型^[16],其误差模型的具体阶数未公开。以上两个国外公司 SINS/GNSS 组合测量系统产品采用的高阶系统误差模型的具体技术细节均未见公开报道。

在国内,邱宏波^[34]建立了一个 28 阶状态的系统误差模型,考虑了陀螺和加速度计的刻度因子和“安装误差”的标定残差,但是将陀螺随机漂移和加速度计随机偏置简单地取为随机常值;并由于该误差模型的应用对象是捷联惯导系统,其考虑的“安装误差”是 IMU 本体坐标系与载体坐标系安装不平行引起的误差,因此文献[34]的 28 维状态误差模型不适用于本论文的研究对象 POS。孙红星^[35]提出一个 36 维状态的误差模型,9 维导航参数系统状态:位置误差、速度误差、姿态误差,使用 24 维状态表达 IMU 器件误差,即使用随机常值、随机游走和一阶马尔科夫过程表示陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置,使用随机常值表示陀螺和加速度计刻度因子标定残差,同时顾及了 GPS 和 IMU 之间的三维空间偏置,但是忽略了安装误差的标定残差。上述两个系统误差模型对某些重要误差源的简化处理都将直接影响 SINS/GNSS 的测量精度,对于高精度航空重力测量的 SINS/GNSS 而言,必须充分考虑标定残差等因素的影响,因此建立一个精确完备的高阶 SINS/GNSS 系统误差模型十分必要。

三、SINS/GNSS 组合测量系统重力扰动补偿方法的研究现状

在通常情况下,SINS/GNSS 组合测量系统在导航计算中一般采用正常重力模型(如 WGS84)获取重力矢量^[36],称为正常重力。正常重力与真实重力之间不可避免地存在偏差,此偏差既为重力扰动。中低精度 SINS/GNSS 的主要误差源为惯性器件误差,这意味着重力扰动对中低精度 SINS/GNSS 导航结果的影响相对较小,因而采用正常重力模型即可满足中低精度 SINS/GNSS 的导航精度要求^[37,38]。随着惯性器件(加速度计和陀螺仪)制造技术的不断发展,对于高精度的 SINS/GNSS 而言,惯性器件的精度量级远高于重力扰动的量级,这时重力扰动已成为高精度 SINS/GNSS 的重要误差源之一^[39],再简单使用正常重力模型计算出的正常重力矢量将严重影响高精度 SINS/GNSS 的导航精度。因此在高精度

SINS/GNSS 的导航计算中重力扰动不可忽略，必须考虑对重力扰动进行补偿。

国外在重力扰动方面的研究起始于上世纪六十年代，主要集中在研究重力扰动对惯性导航系统定位精度的影响。1968 年 Nash^[40] 等对车载/舰载惯性导航系统的定位精度受重力垂线偏差影响进行了研究。1976 年 Bernstein^[41] 等对机载惯性导航系统的定位精度受重力垂线偏差影响进行了研究。随着卡尔曼滤波方法在惯性/卫星等多传感器组合导航系统上的普及应用，重力扰动被当作卡尔曼滤波器的系统误差状态进行最优估计，但是这种方法需要建立重力扰动的统计模型，再根据统计参数设计出重力扰动矢量的成形滤波器。1966 年至 1988 年间，Moritz、Shaw、Nash、Tscherning、Forsberg^[42-46] 等在重力扰动统计建模方面进行了深入研究，建立了多个不同的重力扰动随机模型。这些模型能够反映出重力扰动的实际特性，却并不适合转换为成形滤波器，因而不适合应用于卡尔曼滤波方法。1966 年至 1988 年间，Kasper、Jordan、Schwarz、Eissfeller^[47-50] 等采用一阶、二阶等高斯—马尔科夫过程来描述重力扰动的统计模型，适合于卡尔曼滤波的应用，但不能普遍适用于任何区域的重力场。1987 年 Jordan^[51] 从理论上分析了不同精度惯性导航系统所需要的重力测量技术及其相应的精度。1991 年 Thong^[52] 分析了分别采用不同阶次重力场球谐模型（36 阶、180 阶和 360 阶）与正常模型重力一起应用于惯性导航系统力学编排，对惯性导航系统定位精度的提高。2001 年 Jekeli^[53] 在短时 GPS 失锁情况下对 GPS/INS 组合导航系统重力补偿方法进行了研究。1998 年和 2005 年 Grejner-Brzezinska^[54-55] 利用实测的 2'×2' 的重力垂线偏差网格数据对 GPS/INS 组合系统进行重力扰动补偿，分析了其对定位精度提升的效果。2004 年 Kwon^[56] 对高精度惯性导航系统的重力扰动补偿方法进行了研究。2000 年 Bruton^[57] 在其博士论文中基于加拿大 Calagry 大学的 SISG 系统采用了直接求差法计算重力扰动。2002 年，Kwon 和 Jekeli^[58] 分别采用三阶马尔科夫过程和十阶三角多项式作为重力扰动的统计模型，对重力扰动进行最优估计，并与采用直接求差法计算重力扰动的结果进行了比较分析。2009 年，George^[59] 对 15 种重力扰动统计模型在航空应用进行了综述分析。

近年来，国内许多学者也对惯性导航系统的重力补偿技术进行了研究。1991 年，董绪荣、宁津生等在 1991 年^[60] 对重力扰动在惯性导航系统中的影响进行了研究分析，给出了两个研究重力扰动影响的方法，讨论了在不同应用环境下由重

力扰动直接或间接引起的惯性导航系统各项定位误差的大小及变化规律，并研究了减弱重力扰动影响、提高惯性导航系统定位精度的方法。2004 年，李卓^[61]等对地球重力场模型和中国海及领域的重力异常特征进行了描述，并基于惯性导航系统的误差方程通过理论分析和仿真实验对重力扰动产生的影响进行了研究。2005 年，陈永冰、边少锋^[62]等建立了基于重力异常的平台式惯性导航系统误差模型，推导出重力异常东向和北向分量对各系统误差量的传递函数，并通过仿真实验论证了其提出的在平台式惯性导航系统力学编排中修正重力异常的方案。2006 年，李斐、束蝉方^[63]等对惯性导航系统采用已有的 EGM96 重力场模型进行重力扰动补偿所能达到的定位精度进行了研究分析，讨论了实施 GOCE 任务和改进重力场模型对惯性导航系统定位精度的影响，并提出了未来高精度惯性导航系统对重力扰动补偿精度的要求。同年，吴太旗、边少锋^[64]等将高阶重力模型引入到惯性导航力学编排方程中，取代了正常重力模型，对重力扰动引起的惯性导航误差进行了分析，同时也在惯性导航方程中考虑了重力垂线偏差分量产生的影响，提出了两种重力扰动补偿的方法。2010 年，金际航，边少锋^[65]基于重力学和牛顿第二定理的基本概念，推导了考虑重力扰动的惯性导航系统误差方程，分析了单通道惯性导航系统由重力垂线偏差引起的惯性导航位置误差及其传播特性。本论文将瞄准基于高精度 SINS/GNSS 重力扰动补偿方法的国际前沿，针对现有重力扰动补偿方法的不足，研究满足高精度 SINS/GNSS 的航空重力测量的需求。

第二章 SINS/GNSS 高精度系统误差建模的研究

第一节 引言

在 SINS/GNSS 使用 KF 对 SINS 导航结果和 GNSS 导航结果进行数据融合之前，建立一个精确和合适的 SINS/GNSS 系统误差模型十分关键，在很大程度上决定了 SINS/GNSS 的测量精度。SINS/GNSS 中的 IMU 由三只陀螺和三只加速度计组成，如下图所示。陀螺和加速度计的测量误差是影响 SINS/GNSS 测量精度的主要因素之一，因此在建立 SINS/GNSS 系统误差模型时必须对陀螺和加速度计的误差进行精确建模。

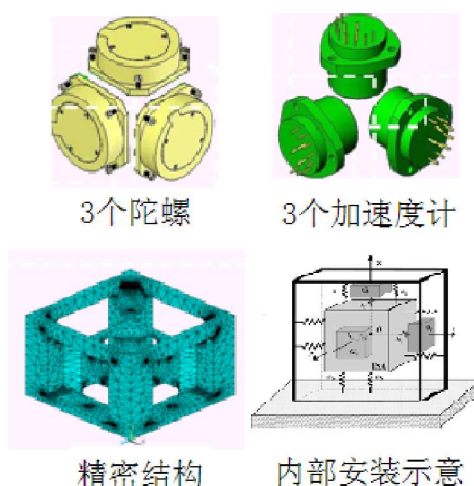


图 2-1 IMU 结构示意图

目前国外民用 SINS/GNSS 产品中精度最高的是加拿大 Applanix 公司生产的 POS/AV610，其采用了基于多种误差源的高阶误差模型^[32-33]，但具体技术细节未公开。而国内学者建立的系统误差模型均对误差源作了简化处理。文献[34]建立了一个 28 维状态的误差模型，考虑了陀螺和加速度计的刻度因子和“安装误差”的标定残差，但是将陀螺随机漂移和加速度计随机偏置简单地取为随机常值；并由于该误差模型的应用对象是捷联惯导系统，其考虑的“安装误差”是 IMU 本体坐标系与载体坐标系安装不平行引起的误差，因此文献[34]的 28 维状态误差模型不适用于本文的研究对象 SINS/GNSS。文献[35]提出一个 36 维状态的误差模型，使用随机常值、随机游走和一阶马尔科夫过程表示陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置，考虑了刻度因子的标定残差，同时顾及了 GNSS 和 IMU 之间的

三维空间偏置，但是忽略了安装误差的标定残差。这些简化处理将直接影响 SINS/GNSS 的精度，对高精度航空重力测量用 SINS/GNSS 而言，必须充分考虑标定残差等因素的影响，因此建立一个精确的高阶系统误差模型十分必要。

本报告在 15 阶系统误差模型的基础上，考虑刻度因子误差和安装误差的标定残差，并使用随机常值和一阶马尔科夫过程表示陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置，并且顾及到重力扰动以及空间同步误差，建立了一个 45 维的高阶误差模型，并且运用基于奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)的分段线性定常系统(Piece Wise Constant System, PWCS) 可观测性分析理论^[66-67]，分析 SINS/GNSS 的可观测性和载体机动的关系，设计了载体机动方案。最后选取目前工程上通常使用的卡尔曼滤波技术对 SINS/GNSS 数据进行处理，并进行了仿真实验验证。

第二节 SINS/GNSS 惯性器件误差形成机理及建模

一、SINS/GNSS 惯性器件的误差机理分析

SINS 的关键部件是惯性测量单元 (IMU)，其内含有三轴正交安装的角速度和线加速度传感器，即陀螺和加速度计。IMU 器件误差来源于内、外两种因素，器件本身机械、电气构造的不完善是误差的内因和根本，过载、振动、角运动、线运动等力学因素，温度、气压等气候因素，电、磁场等电磁因素造成的环境条件是 IMU 测量误差的外因和条件。IMU 测量误差包含数据间的两层关系：陀螺和加速度计输出的脉冲数据与 IMU 输出的物理量之间的关系，及陀螺和加速度计器件确定性误差与 IMU 输出物理量之间的关系。通过前者，建立起陀螺和加速度计器件原始测量值与可供 SINS/GNSS 导航解算的物理值之间的映射联系；通过后者，实现了 IMU 测量数据转化过程中对陀螺和加速度计器件误差的补偿。

通过对 IMU 中的核心惯性器件陀螺仪和加速度计进行大量的性能测试，分析获取的相关实验数据，归纳出 IMU 中的惯性器件误差主要为偏置误差、刻度因子误差、安装误差等确定性误差和一定程度的随机噪声，以及各误差对 POS 系统性能的影响如表 2-1 所示。

表 2-1 惯性器件主要误差对 SINS/GNSS 系统性能的影响

误差类别	表现特点	导致结果
------	------	------

偏置误差	器件输出加性误差	导航结果发散
刻度因子误差	器件输出乘性误差	角度变化测量误差、姿态误差
安装误差	IMU 输出加性误差	导航精度降低
随机噪声	器件输出叠加随机干扰	滤波器估计误差

惯性器件的确定性误差每次启动都会存在，可以通过实验室标定实验，利用最小二乘法估计出惯性器件误差模型中各误差系数项。另外，考虑到确定性误差对温度敏感，还要通过多组恒温条件下的标定实验，估计每个温度测试点下对应的模型系数，再利用线性回归建立全温范围内惯性器件确定性误差与温度之间的定量关系，进而 SINS/GNSS 系统在数据预处理时即可补偿掉陀螺仪的确定性误差。然而在飞行过程中，SINS/GNSS 系统还会受惯性器件逐次启动误差和残余的确定性误差影响。惯性器件逐次启动误差每次开机都不同，但在一次开机过程中保持不变。它和残余误差可以视为常值器件偏差，加入 SINS/GNSS 系统模型的状态量，在 Kalman 滤波过程中在线估计与补偿。惯性器件的随机噪声无法补偿，但假设噪声为高斯分布的随机过程，可利用静态测试估计其方差，通过 Kalman 滤波器中配置其权重来最大限度地消除噪声影响。由于真正影响 SINS/GNSS 精度的是补偿了 IMU 误差后仍然存在的惯性器件误差，包括未建模的确定性误差、与环境相关的误差、时变误差等，因此项目组在研究过程中不再考虑已经完成标定的大部分确定性误差和统计特性已知的随机噪声，而将研究重点集中在 IMU 未建模误差。

● 刻度因子误差的影响分析

在器件误差的层面，除了常值漂移误差外，另一个主要的确定性误差即刻度因子误差。刻度因子会受到载体运动等动态因素的明显影响，因此需要对刻度因子误差进行更深入的研究。在给定的 GNSS 精度下，SINS/GNSS 系统的位置和姿态精度由 IMU 的性能决定。影响动态姿态测量精度的则是陀螺刻度因子误差，其表示陀螺输出信号与输入陀螺的角速度之间的对应关系。理想情况下，陀螺输出与输入角速度应为确定的线性关系。但实际情况中，由于各种干扰因素的影响，陀螺输出与输入角速度呈非线性关系，即是刻度因子误差。刻度因子误差一方面与载体的运动状态有关，其特性受输入角速度的影响；另一方面，与 IMU 外界环境有关，其特性又受温度的影响。对 IMU 误差模型中陀螺刻度因子误差的准

确标定与补偿，对 SINS/GNSS 系统的姿态精度有非常重要的意义。

● 安装误差的影响分析

对 IMU 内任一陀螺敏感轴 $i (i = x, y, z)$ ，其输出主要受到常值偏差、刻度因子误差和安装误差的影响。安装误差由传感器在 IMU 内部安装不精确导致，表示陀螺敏感的角速率 ω_i 与 IMU 输出的角速率 $\omega_I (I = X, Y, Z)$ 间的非正交性，两者可以用公式 (2-1) 相互转化。

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_{xX}) & \cos(\alpha_{xY}) & \cos(\alpha_{xZ}) \\ \cos(\alpha_{yX}) & \cos(\alpha_{yY}) & \cos(\alpha_{yZ}) \\ \cos(\alpha_{zX}) & \cos(\alpha_{zY}) & \cos(\alpha_{zZ}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

二、SINS/GNSS 惯性器件的误差建模

通过 SINS/GNSS 惯性器件的误差机理分析，可知 SINS/GNSS 的惯性器件误差主要包括陀螺漂移、加速度计偏置、刻度因子误差、安装误差等^[68-70]。为了提高 SINS/GNSS 的测量精度，必须标定 SINS/GNSS 惯性器件的各项误差参数，并对误差进行补偿。常用的标定数学模型方程^[71]如公式 (2-2) 所示：

$$\begin{cases} \omega_{gx} = K_{gx} \omega_x + G_{0x} + G_{1x} \omega_y + G_{2x} \omega_z + G_{3x} \omega_x \omega_y + G_{4x} \omega_x \omega_z + G_{5x} \omega_x^2 \\ \omega_{gy} = K_{gy} \omega_y + G_{0y} + G_{1y} \omega_x + G_{2y} \omega_z + G_{3y} \omega_y \omega_x + G_{4y} \omega_y \omega_z + G_{5y} \omega_y^2 \\ \omega_{gz} = K_{gz} \omega_z + G_{0z} + G_{1z} \omega_x + G_{2z} \omega_y + G_{3z} \omega_z \omega_x + G_{4z} \omega_z \omega_y + G_{5z} \omega_z^2 \\ f_{ax} = K_{ax} f_x + A_{0x} + A_{1x} f_y + A_{2x} f_z + A_{3x} f_x f_y + A_{4x} f_x f_z + A_{5x} f_x^2 \\ f_{ay} = K_{ay} f_y + A_{0y} + A_{1y} f_x + A_{2y} f_z + A_{3y} f_y f_x + A_{4y} f_y f_z + A_{5y} f_y^2 \\ f_{az} = K_{az} f_z + A_{0z} + A_{1z} f_x + A_{2z} f_y + A_{3z} f_z f_x + A_{4z} f_z f_y + A_{5z} f_z^2 \end{cases} \quad (2-2)$$

公式(2)中， ω_{gi} 为陀螺的输入和输出， f_{ai} 为加速度计的输入和输出， K_{gi} 、 K_{ai} 为陀螺和加速度计的刻度因子， G_{0i} 、 A_{0i} 为陀螺和加速度计的零漂和零偏， G_{1i} 、 G_{2i} 为陀螺的安装误差系数， A_{1i} 、 A_{2i} 为加速度计的安装误差系数， G_{3i} 、 G_{4i} 、 A_{3i} 、 A_{4i} 为交叉耦合系数， G_{5i} 、 A_{5i} 为二阶非线性系数， $i = x, y, z$ 分别表示陀螺和加速度计的三个测量轴向。

在实际标定过程中，一般将交叉耦合项 G_{3i} 、 G_{4i} 、 A_{3i} 、 A_{4i} 和二阶非线性项 G_{5i} 、 A_{5i} 设为 0。经过标定补偿后， G_{0i} 、 A_{0i} 、 K_{gi} 、 K_{ai} 、 G_{1i} 、 G_{2i} 、 A_{1i} 、 A_{2i} 的标定残差为陀螺随机漂移、加速度计随机偏置、陀螺刻度因子误差、加速度计刻度因子误差、陀螺安装误差、加速度计安装误差，均为随机误差。如果忽略对这些随

机误差进行处理，SINS/GNSS 导航精度在很大程度上将受到影响。根据工程的实践经验，对于已知类型的惯性器件可以确定其随机误差模型，从而可以通过卡尔曼滤波来估计出各随机误差分量^[72]。因此在建立 SINS/GNSS 惯性器件误差源模型时，陀螺随机漂移与加速度计随机偏置、刻度因子误差和安装误差必须予以考虑。

综合上述分析后，POS 惯性器件误差源模型可用公式(2-3)描述：

$$\begin{cases} \delta\omega = \varepsilon + (\delta K_g + \delta G) \times \omega_{ib}^b \\ \delta f = \nabla + (\delta K_a + \delta A) \times f^b \end{cases} \quad (2-3)$$

公式(2-3)中， ε 、 f 为陀螺和加速度计的误差， ω_{ib}^b 、 ∇ 为陀螺随机漂移和加速度计随机偏置， K_g 、 K_a 为陀螺和加速度计的刻度因子误差， G 、 A 为陀螺和加速度计的安装误差， ω_{ib}^b 、 f^b 为陀螺和加速度计的真实输入量。

● 陀螺的随机漂移 和加速度计的随机偏置 建模

陀螺随机漂移 和加计随机偏置 是十分复杂的随机过程，反映了陀螺和加速度计对载体角速率和加速度测量上的误差，大致可概括成三种分量：随机常值、一阶马尔科夫过程和白噪声^[73]。陀螺随机漂移 和加速度计随机偏置 的数学模型可用公式（2-4）描述：

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_b + \varepsilon_m + \omega_g \\ \nabla = \nabla_b + \nabla_m + \omega_a \end{cases} \quad (2-4)$$

公式(2-4)中， ε_b 、 ε_m 、 ω_g 与 ∇_b 、 ∇_m 、 ω_a ，分别为陀螺与加速度计的随机常值、一阶马尔科夫过程、白噪声漂移和偏置，其数学模型表达为公式(2-5)：

$$\begin{cases} \varepsilon_b = 0 \\ \varepsilon_m = -\frac{1}{\alpha} \varepsilon_m + \omega_{gm} \\ E[\omega_{gi}(t) \omega_{gi}(t')] = q_{gi} \delta(t-t') \\ \nabla_b = 0 \\ \nabla_m = -\frac{1}{\beta} \nabla_m + \omega_{am} \\ E[\omega_{ai}(t) \omega_{ai}(t')] = q_{ai} \delta(t-t') \end{cases} \quad (2-5)$$

公式(2-5)中， α 与 β 为陀螺和加速度计一阶马尔科夫过程漂移/偏置的相关时间， ω_{gm} 与 ω_{am} 分别是陀螺和加速度计一阶马尔科夫过程漂移/偏置的驱动白噪声； q_{gi} 与 q_{ai} 分别为陀螺和加速度计的白噪声强度， $\delta(t-t')$ 为狄拉克函数，

$i=x, y, z$ 分别表示陀螺和加速度计的三个测量轴向。

● 陀螺的刻度因子误差 K_g 和加速度计的刻度因子误差 K_a 建模

由于陀螺和加速度计的输出是脉冲信号，必须按照一定的比例系数计算出实际对应的角速率和加速度值。该比例系数是通过标定补偿的方法得到，与真实的比例系数标称值之间存在偏差，此偏差即为刻度因子误差，可用随机常值表达，其数学模型表达为公式(2-6)

$$\begin{cases} \delta K_g = 0 \\ \delta K_a = 0 \end{cases} \quad (2-6)$$

公式(2-6)中， $K_g=diag[K_{gx}, K_{gy}, K_{gz}]$ 和 $K_a=diag[K_{ax}, K_{ay}, K_{az}]$ 分别为陀螺和加速度计的刻度因子误差矩阵， x, y, z 分别表示陀螺和加速度计的三个测量轴向。

● 陀螺的安装误差 G 和加速度计的安装误差 A 建模

安装误差是由陀螺和加速度计各自的三个测量轴非正交安装引起的误差，如图 2-2 所示。

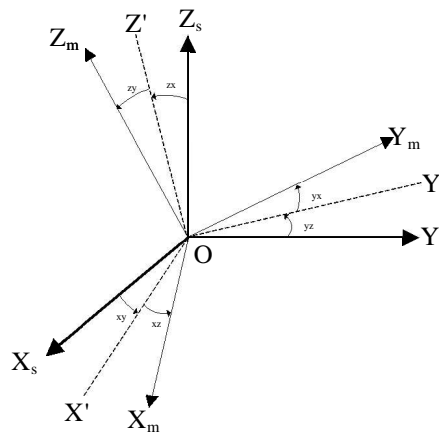


图 2-2 安装误差示意图

图 2-2 中， $OX_m Y_m Z_m$ 为三个非正交的测量轴坐标系， $OX_s Y_s Z_s$ 为理想的正交 IMU 坐标系。 OX' 为 OX_m 在平面 $OX_s Z_s$ 上的投影， OX' 与 OX_m 的夹角为 x_z ， OX' 与 OX_s 的夹角为 x_y ，这样， OX_m 与 OX_s 之间的夹角可用参数 x_z 、 x_y 来描述；同理 OY' 为 OY_m 在平面 $OX_s Y_s$ 上的投影， OY_m 与 OY_s 之间的夹角可用参数 y_x 、 y_z 来描述； OZ' 为 OZ_m 在平面 $OY_s Z_s$ 上的投影， OZ_m 与 OZ_s 之间的夹角可用参数 z_y 、 z_x 来描述。由此可知每个测量轴的安装误差均可用两个参数来描述，并考虑到安装误差角都是小量，可得非正交测量轴坐标系

$OX_m Y_m Z_m$ 和理想的正交 IMU 坐标系 $OX_s Y_s Z_s$ 之间的转换关系如公式(2-7)所示：

$$\begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{yz} & \theta_{zy} \\ \theta_{xz} & 1 & -\theta_{zx} \\ -\theta_{xy} & \theta_{yx} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix} = \mathbf{C}_m^s \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

公式(2-7)中 \mathbf{C}_m^s 即为非正交测量轴坐标系 $OX_m Y_m Z_m$ 和理想的正交 IMU 坐标系 $OX_s Y_s Z_s$ 之间的转换矩阵。

由此可得安装误差矩阵 \mathbf{C}_m^s 为：

$$\delta \mathbf{C}_m^s = \mathbf{C}_m^s - \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{yz} & \theta_{zy} \\ \theta_{xz} & 0 & -\theta_{zx} \\ -\theta_{xy} & \theta_{yx} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

公式(2-8)中， \mathbf{I} 为单位阵。

对应的安装误差矩阵各非零元素均可用随机常值表达，其数学模型表达为公式(2-9)

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \mathbf{G} = 0 \\ \delta \mathbf{A} = 0 \\ \delta \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & -G_{yz} & G_{zy} \\ G_{xz} & 0 & -G_{zx} \\ -G_{xy} & G_{yx} & 0 \end{bmatrix} \\ \delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -A_{yz} & A_{zy} \\ A_{xz} & 0 & -A_{zx} \\ -A_{xy} & A_{yx} & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2-9)$$

公式(2-9)中， \mathbf{G} 和 \mathbf{A} 分别为陀螺和加速度计的安装误差矩阵。

● IMU 的总体误差模型

通过上述对惯性器件各误差源分析及建模，IMU 的总体误差模型的数学模型表达为公式(2-10)

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \omega = \varepsilon_b + \varepsilon_m + \omega_g + (\delta \mathbf{K}_g + \delta \mathbf{G}) \times \omega_{ib}^b \\ \delta \mathbf{f} = \nabla_b + \nabla_m + \omega_a + (\delta \mathbf{K}_a + \delta \mathbf{A}) \times \mathbf{f}^b \end{array} \right. \quad (2-10)$$

第三节 SINS/GNSS 组合导航计算误差形成机理及建模

一、SINS/GNSS 组合导航计算误差机理分析

在 SINS/GNSS 系统中，主要的计算问题是姿态矩阵和位置矩阵的计算，而且其中又以姿态矩阵的计算工作量最大，因此计算误差在影响姿态解算误差乃至系统解算误差的重要因素。从对惯性器件的信号采样起，SINS/GNSS 组合导航计算误差包括：SINS/GNSS 捷联解算中进行离散化时引入的量化误差、SINS/GNSS 捷联姿态解算中的转动不可交换误差、SINS/GNSS 导航计算中由于导航计算机字长限制等引起计算截断误差和计算舍入误差、与地球模型相关参数设置或引用不正确引起的地球模型误差、以及 SINS/GNSS 组合导航计算中 SINS 和 GNSS 时空同步误差等。

● 量化误差的影响分析

在 SINS/GNSS 系统中，陀螺、加速度计的输出通常为导航参数更新周期内的脉冲数增量，而这些脉冲数增量则是通过对角增量和速度增量脉冲进行计数获取的。由于无法保证导航参数更新周期起始时刻和终止时刻的计数开始脉冲和计数停止脉冲与增量脉冲同步，故 SINS/GNSS 惯性器件输出的导航参数更新周期内脉冲数增量就包含了量化误差。对脉冲量进行量化时，计数脉冲会将信号脉冲当前周期内的量化误差转到下一个周期，在这种情况下，脉冲总量不会有误差，但是在每一步量化中仍然会引入误差，特别是在载体高动态运动条件下，脉冲量的量化误差降低了传感器的分辨率，而且由于各轴向耦合影响，也会降低 SINS/GNSS 系统的整体测量精度。

● 转动不可交换性误差的影响分析

SINS/GNSS 系统进行捷联解算时，通常利用方向余弦矩阵微分方程或四元数微分方程进行姿态更新，这两种姿态解算方法都用到了角速度矢量的积分。由于刚体有限转动的不可交换性，当不定轴转动时，角速度矢量的方向随时间变化，角速度矢量积分没有意义。只有当积分区间很小时，角速度矢量积分近似成立，从而引入了转动不可交换误差。减小不可交换性误差的方法，除了选择适当的计算方法之外，从根本上说，只有减小陀螺采样的角增量，即增大采样频率，使角速度矢量积分二次以上项可以忽略。但是，陀螺采样频率的提高，增大了

SINS/GNSS 导航计算机的运算负担，只能在陀螺采样频率和 SINS/GNSS 导航计算机两者之间采取折衷的方法。

- 导航计算截断误差和舍入误差的影响分析

在 SINS/GNSS 进行姿态更新解算时，SINS/GNSS 导航计算机对于陀螺在采样时间间隔内经过位置速率及地球自转速率的补偿后的角增量余弦函数必须按级数展开的有限项计算，把高阶项截去，其截断的部分，就是截断误差。显然，低阶算法截断误差大，从降低截断误差考虑，采用高阶算法为好。高阶算法虽然截断误差小，但是高阶算法计算工作量大导致 SINS/GNSS 计算机的负担重，在 SINS/GNSS 实际应用中，要把采用的算法阶次和采样频率统一考虑。SINS/GNSS 导航计算截断误差是在求解姿态微分方程的数值解时，用有限过程代替无限过程时产生的误差，是算法的缺陷造成的，选择好的数值计算方法是减小截断误差的主要解决途径。SINS/GNSS 导航计算舍入误差是由于 SINS/GNSS 计算机的运算处理器字长有限，在进行数学计算时只能对有限位数字进行运算，对 SINS/GNSS 原始数据、中间步骤和最终结果都不得不进行舍入，被舍去量所造成的误差就叫做舍入误差。然而，SINS/GNSS 导航计算机系统通常使用浮点处理器，字长限制已不再是一个严重的问题。

- 地球模型误差的影响分析

SINS/GNSS 计算位置信息要用到地球参考托球面的曲率半径，并且 SINS/GNSS 系统中导航坐标系的建立也是基于参考椭球面的子午圈、卯酉圈等。SINS/GNSS 导航计算中对应不同纬度地点的地球曲率半径是不同的，纬度越高，等效半径比实际半径要大；反之，纬度越低，等效椭球曲率半径比实际半径要小因此在地球曲率半径等效上存在着一定的误差。由 SINS/GNSS 姿态失准角引起加速度测量的交叉耦合误差，再加上加速度计零偏误差，最后形成加速度误差，通过一次积分并加上初始给定误差，形成速度误差，而后除以地球曲率半径，再通过一次积分并加上初始误差，最后形成导航位置误差。与姿态失准角和加速度计零偏误差相比较，地球曲率半径描述误差对 SINS/GNSS 导航计算结果的影响可以忽略。

在动态应用中，由于 SINS/GNSS 随载体一起在地球重力场中运动，SINS/GNSS 系统中 SINS 观测到的比力是载体运动加速度与地球重力加速度以及

其他有害加速度的共同反映。为了从比力观测值中分离出所需要的导航信息，在导航坐标系下需要补偿掉地球重力信息。采用正常重力模型求得的正常重力只是实际重力的近似表示。二者之差即为重力扰动，对 SINS/GNSS 性能的影响远大于正常重力本身模型逼近误差的影响，可以采用将重力扰动视为随机过程进行建模的方法，减轻重力扰动对 SINS/GNSS 精度的影响。

● SINS 和 GNSS 时空同步误差的影响分析

SINS/GNSS 系统中 SINS 与 GNSS 进行数据融合处理的一个关键问题是时间同步，即将 GNSS 数据与同一时刻的 SINS 数据进行组合处理。时间同步误差的影响非常显著，当载体运动速度为 100km/h 时，10ms 的同步误差引起的位置误差可达 0.6m。另一方面，SINS 的测量中心点与 GNSS 天线中心由于安装物理空间限制，通常不重合，即为空间同步误差。在 SINS/GNSS 随载体运动时，尤其是做机动转弯时，空间同步误差会影响 SINS/GNSS 的位置和速度测量精度，所以 SINS 数据和 GNSS 数据在进行组合处理时需要归算到同一空间参考点上。

二、SINS/GNSS 组合导航计算误差建模及处理

通过 SINS/GNSS 组合导航计算误差机理分析，本报告主要对 SINS/GNSS 中重力扰动误差、SINS 和 GNSS 时空同步误差进行建模处理。

● 重力扰动误差统计建模

SINS/GNSS 组合导航计算中需要的是实际的重力 g ，而在实际动态应用中无法获得运行轨迹上个点的实际的重力，采用正常重力模型计算出的正常重力代替 g ，导致的重力扰动为：

$$\delta g = g - \gamma \quad (2-11)$$

按照统计重力学方法建立起扰动重力场的统计模型，根据扰动重力场统计参数重力扰动位的自协方差函数 ACF，设计出重力扰动的成形滤波器如下：

$$\delta \dot{g} = -a\delta g + n \quad (2-12)$$

将公式 (2-12) 与 SINS/GNSS 系统误差状态方程组合在一起进行 Kalman 滤波，估计出 SINS/GNSS 系统误差状态并校正，从而减小重力扰动对 SINS/GNSS 测量精度的影响。

● SINS 和 GNSS 时空同步误差处理

SINS/GNSS 系统中 SINS 和 GNSS 在数据采集过程中均记录有各自相应的系统时刻，然而记录的时刻与实际观测时刻有误差，采用GNSS 接收机输出的 PPS 信息并估算数据传递时延可以实现时间精准同步。考虑到 SINS/GNSS 组合导航计算工作量，由于 GNSS 数据输出频率相较于 SINS 低，因此采取将 GNSS 天线中心归算到 SINS 测量中心的方式。

设 SINS 测量中心在 SINS/GNSS 载体坐标系中的位置矢量为 P_{SINS}^b ，利用公式 (2-13) 在SINS/GNSS 组合导航滤波量测方程中计算 GNSS 与 SINS 中心位置偏差改正数，将 GNSS 天线中心同步至 SINS 测量中心：

$$\begin{cases} P_{SINS}^n = P_{GNSS}^n + C_b^n P_{SINS}^b \\ V_{SINS}^n = V_{GNSS}^n + C_b^n \omega_{nb}^n P_{SINS}^b \end{cases} \quad (2-13)$$

第四节 SINS/GNSS 高阶系统误差模型的建立及系统状态可观测度分析

一、SINS/GNSS 高阶系统误差建模

首先建立 SINS/GNSS 连续状态空间方程和量测方程为：

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = F(t) X(t) + G(t) w(t) \\ Z(t) = H(t) X(t) + v(t) \end{cases} \quad (2-14)$$

公式(2-14)中， X 为系统状态向量。结合公式(2-10)表示的 IMU 总体误差模型，系统状态向量 X 包括了位置误差 L 、 h ，速度误差 V_E 、 V_N 、 V_U ，姿态误差 ϕ_E 、 ϕ_N 、 ϕ_U ，加速度计随机常值偏置 b_x 、 b_y 、 b_z ，加速度计一阶马尔科夫过程偏置 m_x 、 m_y 、 m_z ，加速度计刻度因子误差 K_{ax} 、 K_{ay} 、 K_{az} ，加速度计安装误差 A_{xy} 、 A_{yx} 、 A_{xz} 、 A_{zx} 、 A_{yz} 、 A_{zy} ，陀螺随机常值漂移 b_x 、 b_y 、 b_z ，陀螺一阶马尔科夫过程漂移 m_x 、 m_y 、 m_z ，陀螺刻度因子误差 K_{gx} 、 K_{gy} 、 K_{gz} ，陀螺安装误差 G_{xy} 、 G_{yx} 、 G_{xz} 、 G_{zx} 、 G_{yz} 、 G_{zy} ，重力扰动 g_x 、 g_y 、 g_z ，空间同步误差 l_x 、 l_y 、 l_z 共 45 个系统状态。

再根据捷联惯性导航系统的误差分析，可得 SINS/GNSS 误差方程如公式 (2-15)。

$$\left\{ \begin{aligned} \delta L &= -\frac{V_N \cdot \delta h}{(R_m + h)^2} + \frac{\delta V_N}{R_m + h} \\ \delta \lambda &= \frac{V_E \cdot \sec L \cdot \tan L \cdot \delta L}{R_n + h} - \frac{V_E \cdot \sec L \cdot \delta h}{(R_n + h)^2} + \frac{\sec L \cdot \delta V_E}{R_n + h} \\ \delta h &= \delta V_U \\ \delta \mathbf{V}^n &= \mathbf{C}_b^n (\delta \mathbf{K}_a + \delta \mathbf{A}) \mathbf{f}^b - \phi^n \times \mathbf{f}^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta \mathbf{V}^n + (2\delta\omega_{ie}^n + 2\omega_{en}^n) \times \mathbf{V}^n + \mathbf{C}_b^n \nabla \\ \phi^n &= \mathbf{C}_b^n (\delta \mathbf{K}_g + \delta \mathbf{G}) \omega_b^b + \phi^n \times (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n + \mathbf{C}_b^n \varepsilon \end{aligned} \right. \quad (2-15)$$

根据上述的误差方程，公式(2-14)中的 F 为系统状态转移矩阵； G 为系统噪声分配矩阵； w 为系统噪声向量，其分量均为零均值随机白噪声； Z 为量测向量，由 SINS 输出的位置和速度信息与 GNSS 的相应输出信息相减而得； H 为量测矩阵。具体形式如表 2-2。

表 2-2 45 维系统状态转移矩阵元素具体表达

$F = \begin{bmatrix} F1_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ F2_{3 \times 9} & C_b^n & C_b^n & F3_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ F4_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} & C_b^n & C_b^n & F5_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & F6_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ 0_{12 \times 9} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 9} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 9} \\ 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} & 0_{3 \times 3} & F7_{3 \times 3} & 0_{3 \times 9} \\ 0_{9 \times 9} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 9} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 9} \end{bmatrix}$		
$F1 = [F11 \quad F12 \quad 0_{3 \times 3}]$	$F2 = [F21 \quad F22 \quad F23]$	$F3 = [F31 \quad F32 \quad F33]$
$F4 = [F41 \quad F42 \quad F43]$	$F11 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{V_N}{(R_m + h)^2} \\ \frac{V_E \sec L \tan L}{R_n + h} & 0 & -\frac{V_E \sec L}{(R_n + h)^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$F12 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_m + h} & 0 \\ \frac{\sec L}{R_n + h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$F21 = \begin{bmatrix} 2\omega_{ie} (\cos LV_N + \sin LV_U) + \frac{V_E V_N}{R_n + h} \sec^2 L & 0 & V_E (V_U - V_N \tan L) \\ -2\omega_{ie} \cos LV_E - \frac{V_E^2 \sec^2 L}{R_n + h} & 0 & V_E^2 \tan L + V_N V_U \\ -2\omega_{ie} \sin LV_E & 0 & V_E^2 + V_N^2 \\ & & (R_n + h)^2 \end{bmatrix}$		

$F 22 = \begin{bmatrix} \frac{V_N \tan L - V_U}{R_m + h} & 2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n + h} & -2\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_n + h} \\ -2(\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n + h}) & -\frac{V_U}{R_m + h} & -\frac{V_N}{R_m + h} \\ 2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n + h} & -\frac{2V_N}{R_m + h} & -f_N \end{bmatrix}$		
$F 23 = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & -f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ f_E & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$F 31 = \begin{bmatrix} C_{11} f_x & C_{12} f_y & C_{13} f_z \\ C_{21} f_x & C_{22} f_y & C_{23} f_z \\ C_{31} f_x & C_{32} f_y & C_{33} f_z \end{bmatrix}$	$F 32 = \begin{bmatrix} C_{11} f_y & C_{12} f_x & C_{11} f_z \\ C_{21} f_y & C_{22} f_x & C_{21} f_z \\ C_{31} f_y & C_{32} f_x & C_{31} f_z \end{bmatrix}$
$F 33 = \begin{bmatrix} C_{13} f_x & C_{12} f_z & C_{13} f_y \\ C_{23} f_x & C_{22} f_z & C_{23} f_y \\ C_{33} f_x & C_{32} f_z & C_{33} f_y \end{bmatrix}$	$F 41 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{V_N}{(R_m + h)^2} \\ -\omega_{ie} \sin L & 0 & -\frac{V_E}{(R_n + h)^2} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E \sec^2 L}{R_n + h} & 0 & -\frac{V_E \tan L}{(R_n + h)^2} \end{bmatrix}$	
$F 33 = \begin{bmatrix} C_{13} f_x & C_{12} f_z & C_{13} f_y \\ C_{23} f_x & C_{22} f_z & C_{23} f_y \\ C_{33} f_x & C_{32} f_z & C_{33} f_y \end{bmatrix}$	$F 41 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{V_N}{(R_m + h)^2} \\ -\omega_{ie} \sin L & 0 & -\frac{V_E}{(R_n + h)^2} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E \sec^2 L}{R_n + h} & 0 & -\frac{V_E \tan L}{(R_n + h)^2} \end{bmatrix}$	
$F 42 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_m + h} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ R_n + h & 0 & 0 \\ \tan L & 0 & 0 \\ R_n + h & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$F 43 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n + h} & -\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_n + h} \\ -\omega_{ie} \sin L - \frac{V_E}{R_n + h} & 0 & -\frac{V_N}{R_m + h} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n + h} & \frac{V_N}{R_m + h} & 0 \end{bmatrix}$	
$F 51 = \begin{bmatrix} C_{11} \omega_x & C_{12} \omega_y & C_{13} \omega_z \\ C_{21} \omega_x & C_{22} \omega_y & C_{23} \omega_z \\ C_{31} \omega_x & C_{32} \omega_y & C_{33} \omega_z \end{bmatrix}$	$F 52 = \begin{bmatrix} C_{11} \omega_y & C_{12} \omega_x & C_{11} \omega_z \\ C_{21} \omega_y & C_{22} \omega_x & C_{21} \omega_z \\ C_{31} \omega_y & C_{32} \omega_x & C_{31} \omega_z \end{bmatrix}$	$F 53 = \begin{bmatrix} C_{13} \omega_x & C_{12} \omega_z & C_{13} \omega_y \\ C_{23} \omega_x & C_{22} \omega_z & C_{23} \omega_y \\ C_{33} \omega_x & C_{32} \omega_z & C_{33} \omega_y \end{bmatrix}$
$F 6 = \text{diag} \left(-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\alpha} \right)$		$F 7 = \text{diag} \left(-\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\beta}, -\frac{1}{\beta} \right)$

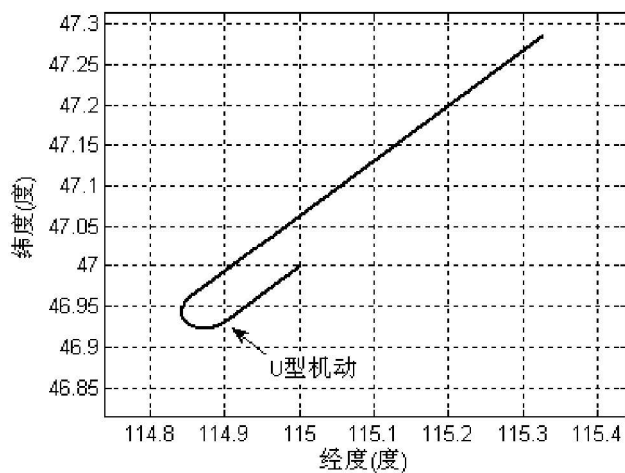
$$G = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 3} & 0_{12 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} \end{bmatrix} \quad w = [\omega_{ax} \ \omega_{ay} \ \omega_{az} \ \omega_{gx} \ \omega_{gy} \ \omega_{gz} \ \omega_{amx} \ \omega_{amy} \ \omega_{amz} \ \omega_{gmx} \ \omega_{gmy} \ \omega_{gmz}]'$$

$$Z = \begin{bmatrix} L_{INS} - L_{GPS} \\ \lambda_{INS} - \lambda_{GPS} \\ h_{INS} - h_{GPS} \\ V_{E_INS} - V_{E_GPS} \\ V_{N_INS} - V_{N_GPS} \\ V_{U_INS} - V_{U_GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L + \delta L) - (L - v1) \\ (\lambda + \delta \lambda) - (\lambda - v2) \\ (h + \delta h) - (h - v3) \\ (V_E + \delta V_E) - (V_E - v4) \\ (V_N + \delta V_N) - (V_N - v5) \\ (V_U + \delta V_U) - (V_U - v6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta L + v1 \\ \delta \lambda + v2 \\ \delta h + v3 \\ \delta V_E + v4 \\ \delta V_N + v5 \\ \delta V_U + v6 \end{bmatrix} \Leftrightarrow Z = H \cdot X + v$$

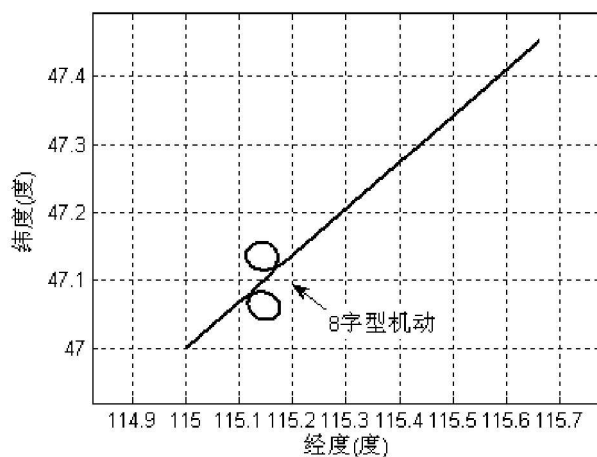
$$H = \begin{bmatrix} R_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 33} \\ 0 & R_n \cos L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 33} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0_{1 \times 33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0_{1 \times 33} \end{bmatrix} \quad v = [v1 \ v2 \ v3 \ v4 \ v5 \ v6] \quad v'$$

二、SINS/GNSS 高阶系统误差模型可观测度分析

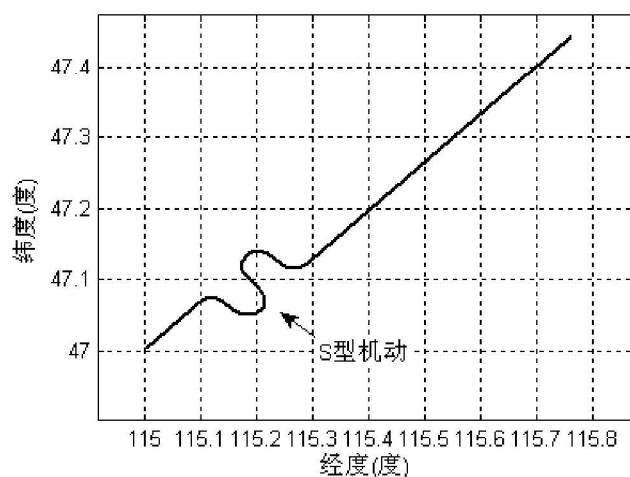
根据 SINS/GNSS 航空作业方式，通常采用连续 U 型飞行轨迹，在作业段内载体做匀速直线运动。由于系统状态可观测性是滤波收敛的前提条件，若滤波器的状态量不可观测，则不论采用何种滤波器均无法收敛。当载体做匀速直线运动时系统的可观测度低，Kalman 滤波器无法十分准确估计出相应的误差参数，因此 SINS/GNSS 在进入成像段之前，需要作一次合理的机动，提高系统状态的可观测度，从而保证 SINS/GNSS 的导航精度。通常的机动方案有 U 型机动、8 字型机动和 S 型机动，如图 2-3 所示。



(a) U型机动



(b) 8型机动

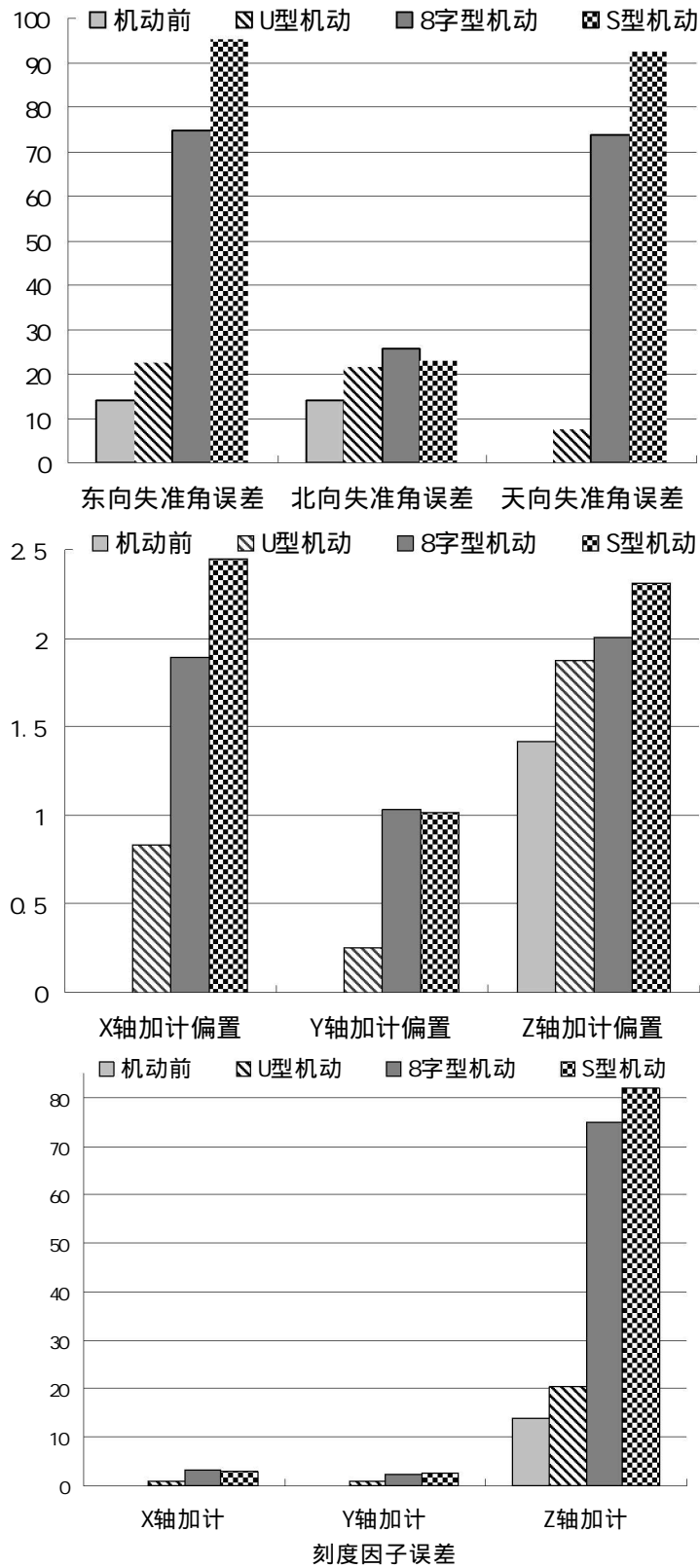


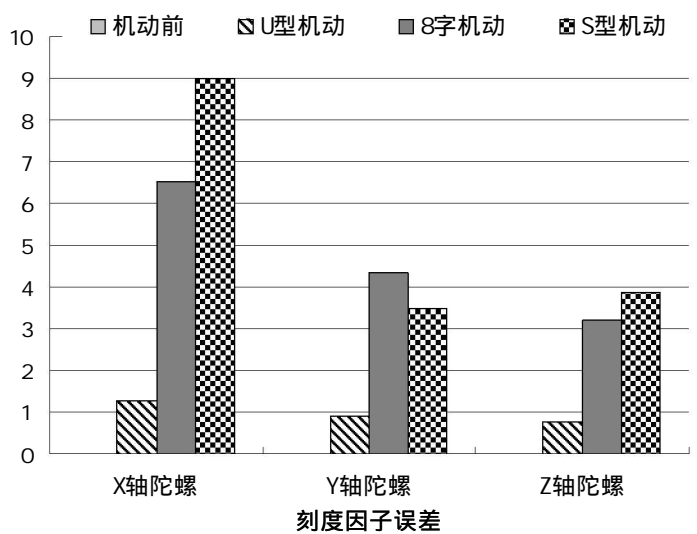
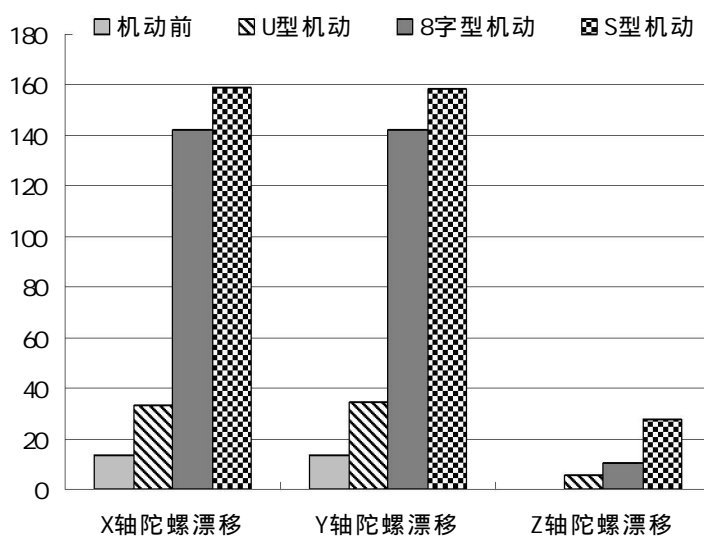
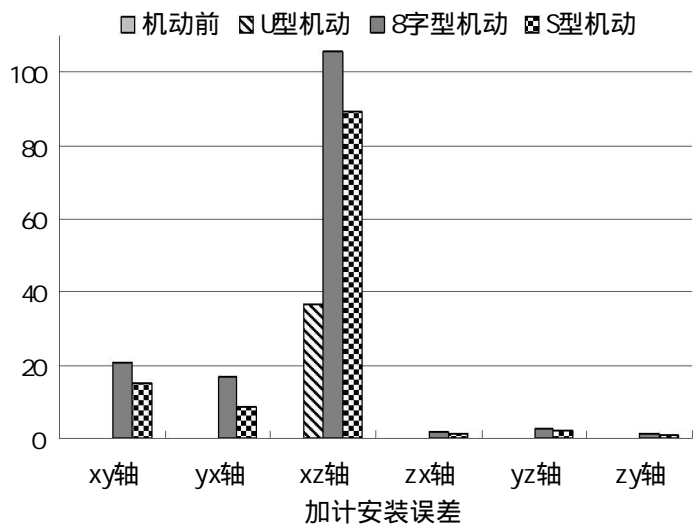
(c) S型机动

图 2-3 SINS/GNSS 航空作业机动方案

运用基于 SVD 的 PWCS 可观测性分析理论，对上述三种机动方案的可观测度进行定量分析，SINS/GNSS 系统状态向量 X 中的位置误差和速度误差是由

GNSS 外观测信息构成直接观测量，所以这六个系统状态是完全可观测的。SINS/GNSS 其余各系统状态在不同机动方案情况下的可观测度分析结果归纳如图 2-4 和表 2-3 所示。





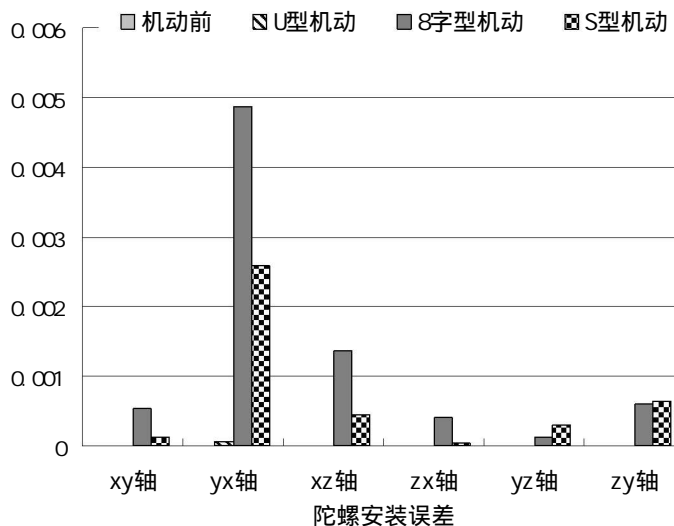


图 2-4 SINS/GNSS 各系统状态在不同机动情况下的可观测度条形图

表 2-3 SINS/GNSS 各系统状态在不同机动情况下的可观测度值

可观测度		机动方案			
		机动前	U 型机动	8 字型机动	S 型机动
SINS/GNSS 系统状态	东向失准角 ϕ_E	13.9072	22.5037	74.8701	95.1582
	北向失准角 ϕ_N	13.9061	21.3221	25.7079	22.8204
	天向失准角 ϕ_U	1.0843E -17	7.2005	73.6125	92.206
	X 轴加计偏置 ∇_x	8.4614E -18	0.8315	1.8932	2.4513
	Y 轴加计偏置 ∇_y	2.3251E -16	0.2581	1.0302	1.01801
	Z 轴加计偏置 ∇_z	1.4143	1.8763	2.0013	2.3125
	X 轴加计刻度 因子误差 δK_{ax}	2.2911E -30	1.0259	3.1507	2.9964
	Y 轴加计刻度 因子误差 δK_{ay}	9.3869E -30	0.9428	2.3697	2.5361
	Z 轴加计刻度	13.9037	20.3643	74.8685	82.1481

因子误差 δK_{az}				
加计 xy 轴安装 误差 δA_{xy}	5.8235E -26	4.4712E -18	20.5617	15.2341
加计 yx 轴安装 误差 δA_{yx}	1.7382E -25	3.5629E -18	16.8933	8.4689
加计 xz 轴安装 误差 δA_{xz}	3.2981E -15	36.5872	105.8439	89.4712
加计 zx 轴安装 误差 δA_{zx}	3.443E -20	1.845E -18	1.7524	1.1147
加计 yz 轴安装 误差 δA_{yz}	7.0135E -16	0.004781	2.5061	2.01571
加计 zy 轴安装 误差 δA_{zy}	3.4035E -26	1.8729E -20	1.1288	0.8933
X 轴陀螺漂移 ε_x	13.8339	33.4457	142.6445	159.2893
Y 轴陀螺漂移 ε_y	13.8329	34.2369	142.428	158.3147
Z 轴陀螺漂移 ε_z	0.0008	5.6974	10.2402	27.5428
X 轴陀螺刻度 因子误差 δK_{gx}	6.7688E -20	1.2587	6.5072	8.9836
Y 轴陀螺刻度 因子误差 δK_{gy}	4.6563E -20	0.8933	4.3615	3.4785
Z 轴陀螺刻度 因子误差 δK_{gz}	2.4928E -23	0.7523	3.2159	3.8788

陀螺 xy 轴安装 误差 δG_{xy}	4.2126E -23	2.3915E -14	0.0005	0.0001
陀螺 yx 轴安装 误差 δG_{yx}	1.2545E -20	0.00006	0.0048	0.0025
陀螺 xz 轴安装 误差 δG_{xz}	5.1799E -24	3.1483E -15	0.0013	0.0004
陀螺 zx 轴安装 误差 δG_{zx}	1.6545E -25	1.2587E -6	0.0004	0.00005
陀螺 yz 轴安装 误差 δG_{yz}	1.8771E -23	4.6758E -16	0.0001	0.0003
陀螺 zy 轴安装 误差 δG_{zy}	1.6834E -28	1.9785E -15	0.0005	0.0006

从图 2-4 和表 2-3 中可以看出，在机动后 SINS/GNSS 系统状态的可观测度都有不同程度的提高，其中以 S 型机动最为突出，同时 S 型机动方案实施也较为容易，因此 S 型机动是一种较为合理的机动方式。

第三章 SINS/GNSS 的高精度重力扰动补偿方法研究

第一节 引言

由于 SINS/GNSS 随载体一起在地球重力场中运动，加速度计测量到的比力是运动加速度和重力加速度的共同反映。为了得到 SINS/GNSS 组合导航计算中所需的运动加速度，必须从比力测量值之中分离出重力加速度。通常情况下，导航计算所使用的重力加速度矢量是通过正常重力模型计算而得，在导航领域中常用的正常重力模型为 WGS84 重力模型，该模型将地球假设为一个形状和质量分布都很规则的匀速旋转的椭球（WGS84 椭球），通过该椭球已知的形状与质量参数可以很方便地算出该椭球产生的引力位，再结合椭球旋转的离心力位就可推导出 WGS84 重力模型的正常重力公式，如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{g}_m^n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma(\Delta h) \end{pmatrix} \\ \gamma(\Delta h) = 9.7803253 \times (1 + 0.0053022 \sin^2 L - 0.0000058 \sin^2 L) L \\ \quad - (3.0877 - 0.0044 \sin^2 L) \times 10^{-6} h + 0.072 \times 10^{-12} h^2 \end{array} \right. \quad (3-1)$$

公式(3-1)中， $\gamma(\Delta h)$ 表示正常重力加速度值， L 和 h 为地理纬度和海拔高度。

然而，真实的地球形状是不规则的，并且内部的质量分布也不均匀，这就造成了采用正常重力模型求得的正常重力只是真实重力的近似表示，其二者之差（即重力扰动）是客观存在的，如图 3-1 所示^[54]。对于中低精度 SINS/GNSS，由于其惯性器件自身误差（陀螺漂移、加速度计偏置）相对较大，主要误差源为惯性器件误差，重力扰动对 SINS/GNSS 导航精度产生的影响可以忽略不计，因而采用正常重力即可满足中低精度 SINS/GNSS 的要求。随着惯性器件本身的逐渐完善，惯性器件自身精度得到极大提高，对于高精度的 SINS/GNSS，惯性器件的精度量级已远高于重力扰动的量级，这时重力扰动已成为高精度 SINS/GNSS 的一项突出的误差源，在 SINS/GNSS 导航计算中再不能再简单使用正常重力代替真实重力，否者将严重影响高精度 SINS/GNSS 的导航精度。因此对于高精度 SINS/GNSS 而言，重力扰动不可忽略，必须考虑对重力扰动进行有

效补偿。

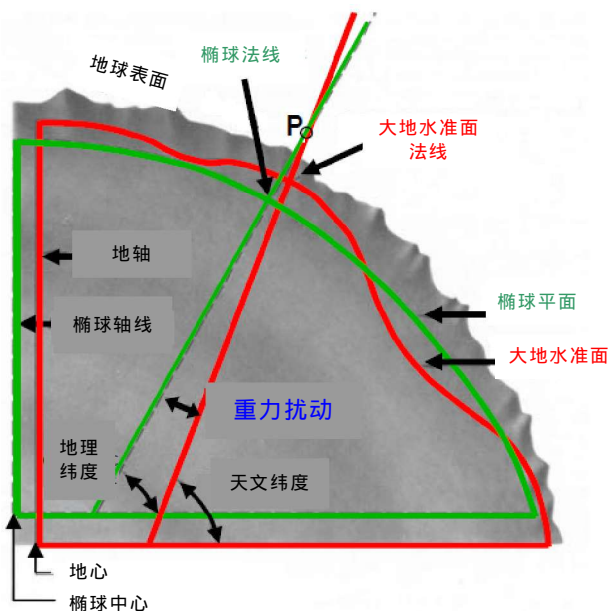


图 3-1 重力扰动示意图^[60]

对重力扰动进行有效补偿的前提是精确获得重力扰动，目前主要有三种测量重力扰动的方法：1. 绝对重力仪测量法；2. 基于统计模型的最优估计法；3. 直接求差法。基于绝对重力仪测量的方法可以得到每一个重力测量位置的精确测量结果^[74]，但受地形等客观因素的制约，不仅效率低下，而且人力物力耗费巨大。基于统计模型的最优估计法从理论上可以得到最优的重力扰动估计值^[58]，前提是拥有一个足够精确的重力扰动模型，如果面对一个陌生测区或者地形复杂、地壳密度变化较大的测区，精确重力扰动模型的建立将十分困难。直接求差法是目前普遍采用的方法，其将 SINS 测量的比力与 GNSS 测量的运动加速度二者求差即可得到重力扰动信息^[57]，但是直接求差法不是一种最优的估计算法，其得到的重力扰动测量值精度有限，不能满足高精度 SINS/GNSS 定姿定位的需求。

针对上述重力扰动测量方法存在的不足，特别在对陌生、复杂地形的测区进行作业的情况下，建立一种高效、精确的重力扰动测量方法十分必要。本报告提出一种基于系统状态估计的 SINS/GNSS 高精度重力扰动补偿方法，将 SINS 测量得到的比力信息与 GNSS 测量得到的运动加速度信息进行求差计算，获取带有随机误差的重力扰动信息；以此建立重力扰动场的自回归统计模型，并将重力扰动作为新的状态量进行组合系统滤波状态增广，并根据重力扰动场的统计模型建立 SINS 系统误差方程，得到用于滤波估计的误差模型系统方程。选取 GNSS 的位置、

速度和加速度信息作为外部量测量，构建卡尔曼滤波器对 SINS/GNSS 系统状态（包含重力扰动）进行最优估计，获取更加精确的重力扰动值，并在惯性导航方程的每个迭代周期进行重力扰动高精度补偿。

第二节 基于重力扰动的 SINS/GNSS 误差分析

SINS/GNSS 的误差分析通常从 SINS 力学编排开始。根据牛顿第二定律可推导出地理坐标系 n 下的比力方程^[79] 如下：

$$\dot{V}^n = f^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n + g^n \quad (3-2)$$

公式(3-2)中， V^n 表示在 n 系下的载体运动速度矢量； \dot{V}^n 为 V^n 的一阶时间导数，表示载体的运动加速度矢量； f^n 表示在 n 系下加速度计测量的比力矢量； ω_{ie}^n 表示在 n 系下地球自转角速度矢量； ω_{en}^n 表示 n 系相对地球坐标系 e 的转动角速度矢量在 n 系下的投影； g^n 表示在 n 系下真实重力矢量。

对公式(3-2)两边进行一次微分 δ ，得到其扰动方程如下：

$$\delta \dot{V}^n = \delta f^n - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n + \delta g^n \quad (3-3)$$

在 n 系下比力 f^n 的测量误差主要来自于姿态误差和加速度计的偏置误差，在忽略二阶以上误差项的前提下，其误差模型为：

$$\delta f^n = \psi^n \times f^n + C_b^n \nabla_b \quad (3-4)$$

公式(3-4)中， δf^n 为 n 系下比力测量误差， ψ^n 为地理坐标系下姿态误差， ∇_b 为加速度计的偏置误差， C_b^n 为载体坐标系 b 与 n 系之间的方向余弦矩阵。

将公式(3-4)带入(3-3)中，得到速度误差矢量的微分方程如下：

$$\delta \dot{V}^n = \psi^n \times f^n + C_b^n \nabla_b + \delta g^n - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n \quad (3-5)$$

通过公式(3-5)可以看出，重力扰动 δg^n 给加速度计的测量值引入了误差，从而影响了速度精度，并通过误差耦合关系也影响了位置精度和姿态精度。从速度误差微分方程总体上看，重力扰动 δg^n 和加速度计的偏置误差 ∇_b 对 SINS/GNSS 导航计算的影响是等效的。随着 SINS/GNSS 器件精度的不断提升，重力扰动的

当量已经与高精度加速度计的分辨率相当。例如：在美国 Texas-Oklahoma 地区的某区域，通过地面精确测量得到该区域的重力场数据，从而计算出当地重力扰动值^[80]，如下图所示。

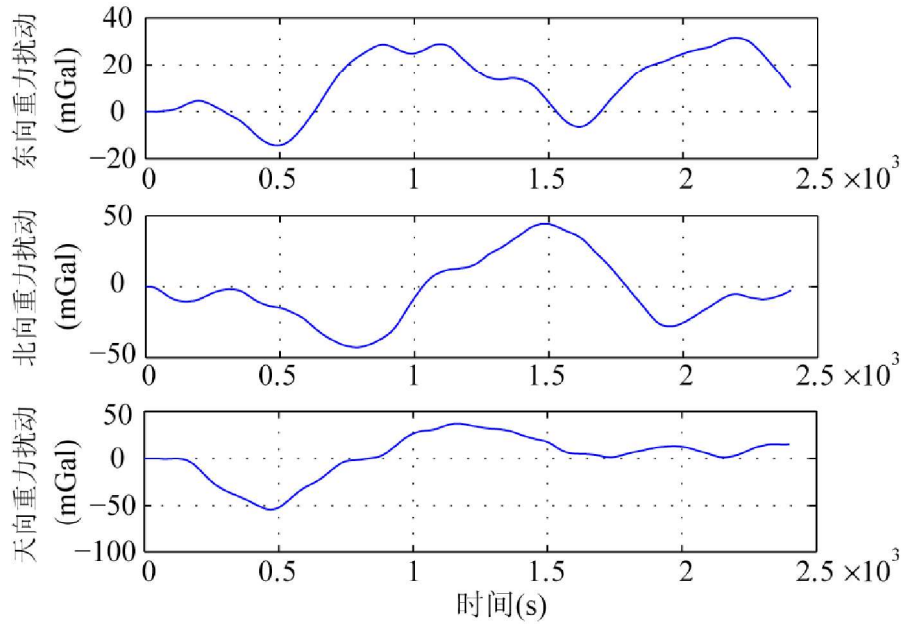


图 3-2 重力扰动 (美国 Texas-Oklahoma 地区某区域)

从图 3-2 中可以看出，该区域的重力扰动值达到了 20~50mGal (1mGal=10⁻⁵m/s²) 与目前高精度 SINS/GNSS 中的加速度计测量精度在同一水平，重力扰动已成为高精度 SINS/GNSS 的一个主要误差源。因此，对高精度的 SINS/GNSS 进行重力扰动补偿十分必要。

第三节 基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿方法

进行重力扰动补偿之前必须获得重力扰动值，由于真实重力矢量 \mathbf{g}^n 可表示为正常重力模型（常用 WGS84 模型）计算的重力矢量 \mathbf{g}_m^n 与重力扰动矢量 $\delta \mathbf{g}^n$ 之和：

$$\mathbf{g}^n = \mathbf{g}_m^n + \delta \mathbf{g}^n \tag{3-6}$$

因此计算重力扰动的数学模型根据公式(3-2)可写为：

$$\delta \mathbf{g}^n = \mathbf{V}^n - \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b + (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{V}^n - \mathbf{g}_m^n \tag{3-7}$$

由于加速度计不能区分作用于它的力是重力还是作加速运动引起的惯性力，无法直接从 SINS 测量值中测得重力扰动，故需要采用两个不同的加速度测量系

统。其中一个系统是 SINS，其测量输出是比力，即含有重力的加速度；另一个系统是 GNSS，其测量输出是不含重力的加速度。在 n 系下对这两个不同系统输出的加速度进行求差，消除共有的载体运动加速度，剩下的差值中就包含了重力扰动、传感器系统误差等信息。因此，公式(3-7)中右边各参数可分为两类：一类为 GNSS 获得，包括载体加速度 V^n 、载体速度 V^n 、地球自转和载体运动引起的向心加速度和科里奥利加速度 $(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n$ 和基于正常重力模型的重力矢量 g_m^n ；另一类为 SINS 获得，包括加速度计的比力测量值 f^b 和方向余弦矩阵 C_b^n 。

对公式(3-7)两边进行一次微分 δ ，得：

$$\delta(\delta g^n) = \delta V^n - \psi^n \times f^n - C_b^n \nabla_b + (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n + (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n - \delta g_m^n \quad (3-8)$$

通过公式(3-8)可以看出，重力扰动的计算受到多个误差项的影响，其中以姿态误差 ψ^n 和加速度计偏置误差 ∇_b 为甚。基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿的方法用于无先验信息的陌生测区重力扰动测量和补偿，该方法分为以下三个步骤进行。

步骤 1：采用直接求差法获得有限精度的重力扰动值

直接求差法的基本原理与航空重力扰动测量原理是一致的，即由 SINS 测量载体的比力，由 GNSS 测量载体的运动加速度，二者的测量值求差，就得到重力扰动信息，具体计算公式为公式(3-7)。这里得到的重力扰动测量值精度越高，对后面建立精确的重力扰动模型越有利。为提高 n 系下的比力 f^n 测量精度，可以采用 Kalman 滤波器进行 SINS 与 GNSS 的组合滤波，估计出姿态误差 ψ^n 及加速度计的偏置误差 ∇_b 对比力 f^n 进行校正。

直接求差法的具体实现过程为：

将 SINS 中加速度计和陀螺的输出值进行捷联惯导解算，得到 SINS 输出 n 系下的位置、速度、姿态和比力测量值 $f^n = C_b^n f^b$ ；

根据 SINS 的误差模型方程，并利用 GNSS 输出的位置和速度作为量测量，设计 Kalman 滤波器对 SINS 的位置误差、速度误差、姿态误差 ψ^n 、加速度计零偏 ∇_b 和陀螺零漂 ε_b 进行估计。并根据估计出的 ψ^n 和 ∇_b 对 f^n

进行校正，得到较为精确的地理坐标系下的比力测量值；

根据 GNSS 输出的位置和速度信息计算出载体加速度 V^n 、向心加速度和

科里奥利加速度 $(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n$ 和基于重力模型的重力矢量 g_m^n ；

利用公式(3-7)计算重力扰动值。

直接求差法的原理框图如下所示。

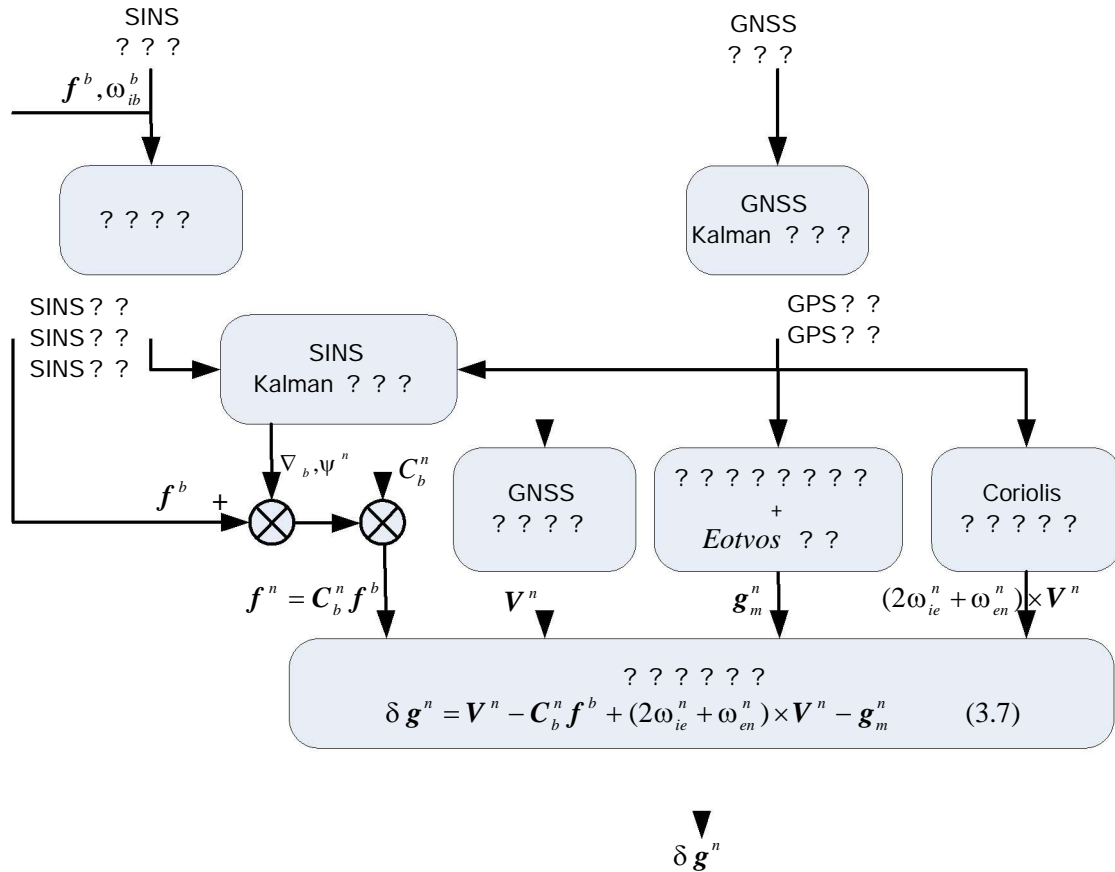


图 3-3 直接求差法原理框图

步骤 2：采用时间序列分析法建立重力扰动统计模型

基于步骤 1 中直接求差法得到的有限精度的重力扰动数据，开始建立重力扰动统计模型。如 3.1 节中所言，采用状态空间法对重力扰动进行最优估计的前提是获得一个精确的重力扰动统计模型。该重力扰动模型必须满足：1) 易转换为成形滤波器，便于应用于最优估计方法中；2) 尽可能描述真实重力场的变化情况。因此采用时间序列分析法建立重力扰动模型，建模过程如图 3-4 所示。

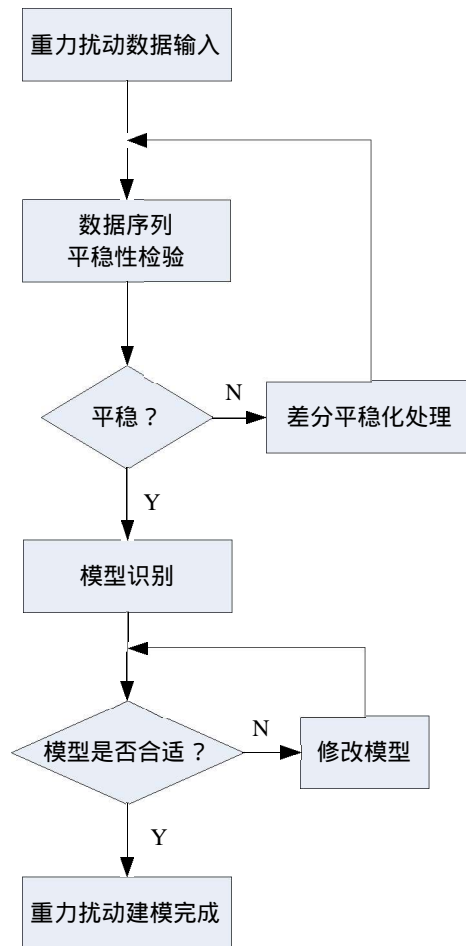


图 3-4 重力扰动时间序列法建模过程

平稳性检验

采用时间序列分析法对重力扰动进行建模，其假设条件是重力扰动数据为平稳时间序列^[81]，所以需要检验重力扰动数据序列的稳定性。本文采用逆序检验法，将整个重力扰动数据序列分成 m 段，求出每段数据序列的均值，记为 y_1, y_2, \dots, y_m ； y_i 的逆序数 A_i 等于 $y_j (y_j > y_i, j > i)$ 的个数。逆序总数 A 等于 $\sum_{i=1}^{m-1} A_i$ ，其期望 $E(A) = m(m-1)/4$ ，方差 $D(A) = m(2m^2 + 3m - 5)/72$ 。令统计量 $B = [A + 0.5 - E(A)] / \sqrt{D(A)}$ 渐进服从 $N(0,1)$ 分布。在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 情况下，若 $B < 1.96$ （按照 2 σ 准则），则认为重力扰动数据序列是平稳序列；否则认为是非平稳序列，需要对该序列进行差分平稳处理。

模型识别

对于差分平稳化后的重力扰动数据序列，可以根据其自相关函数 $\hat{\rho}_k$ 和偏相

关函数 $\hat{\phi}_{kk}$ 的拖尾与截尾特性来对时间序列模型进行识别。相关函数的计算公式如下：

$$\begin{cases} \hat{\rho}_k = \hat{\gamma}_k / \hat{\gamma}_0 \\ \hat{\gamma}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-k} y_j y_{j+k} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K (K < n) \quad (3-9)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\phi}_{k1} \\ \hat{\phi}_{k2} \\ \hat{\phi}_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \hat{\rho}_2 & \hat{\rho}_{k-1} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & & \\ & & & \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_2 & \hat{\rho}_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \hat{\rho}_k \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

公式(3-9)中， $\{y_t\}$ 为重力扰动数据序列，其长度为 n_0 。

时间序列模型的具体判断规则^[81] 如表 3-1 所示。

表 3-1 模型识别判断规则

模型	AR(p)	MA(q)	ARMA(p, q)
自相关函数 $\hat{\rho}_k$ (ACF)	拖尾	截尾	拖尾
偏相关函数 $\hat{\phi}_{kk}$ (PACF)	截尾	拖尾	拖尾

模型参数估计

在判断出重力扰动数据序列的模型类型后，本文采用最小二乘法估计时间序列模型的参数。以 AR(p)模型为例，则重力扰动数据序列 $\{y_t\}$ 可表示为：

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \omega_t \quad (3-11)$$

公式(3-11)中， $\{\phi_i, i=1, 2, \dots, p\}$ 为 AR 模型的参数； p 表示 AR 模型的阶数； ω_t 为白噪声。

基于最小二乘法理论，自回归系数 $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_p]^T$ 的估计值为：

$$\phi = (C^T C)^{-1} C^T D \quad (3-12)$$

公式(3-12)中， $C = \begin{bmatrix} y_p & y_{p-1} & \dots & y_1 \\ y_{p+1} & y_p & \dots & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n-1} & y_{n-2} & \dots & y_{n-p} \end{bmatrix}$ ， $D = \begin{bmatrix} y_{p+1} \\ y_{p+2} \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$ 。

模型适用性检验

本文采用 AIC 准则^[82-83] 检验时间序列模型的阶数，AIC 准则函数如下：

$$AIC(p) = -2 \lg L + 2p \tag{3-13}$$

公式(3-13)中， p 为参数个数， L 为数据序列的似然函数。

AIC 准则函数由两部分组成，第一项 $-2 \lg L$ 体现了时间序列模型拟合的好坏，其随着阶数的增加而变小；第二项 $2p$ 标志了模型参数的多少，其随着阶数的增加而变大。在检验时，预先给定模型阶数的上限为 \sqrt{n} ，当 $AIC(p)$ 取值最小时的模型为适用模型。

步骤 3：基于重力扰动统计模型的状态空间法估计重力扰动矢量

在 3.1 节中提到，重力扰动作为一个重要误差源直接影响了 SINS/GNSS 的精度，对其进行误差补偿所采用的最优测量方法是基于重力扰动统计模型的状态空间法，其核心思想是：将步骤 2 中获得的重力扰动统计模型引入 SINS 误差方程，以 GNSS 的位置、速度和加速度为外部观测量，采用 Kalman 滤波器对重力扰动矢量进行最优估计。基于重力扰动统计模型的状态空间法原理框图如图 3-5 所示。

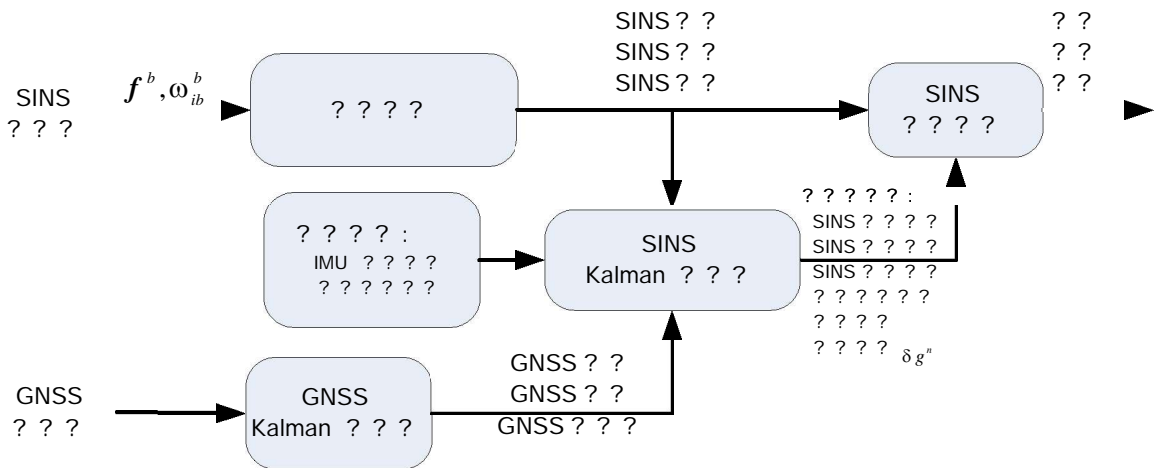


图 3-5 基于重力扰动统计模型的状态空间法原理框图

在应用 Kalman 滤波器之前需要确定滤波系统模型和量测模型，前者可由 SINS 误差方程推导滤波系统状态方程而得，后者可由系统量测方程得到。

SINS 误差方程

SINS 误差方程包含有 SINS 系统误差模型、IMU 误差模型和重力扰动模型，其具体形式如下。

位置误差方程：

$$\begin{cases} \delta L = -\frac{V_N \cdot \delta h}{(R_m + h)^2} + \frac{\delta V_N}{R_m + h} \\ \delta \lambda = \frac{V_E \cdot \sec L \cdot \tan L \cdot \delta L}{R_n + h} - \frac{V_E \cdot \sec L \cdot \delta h}{(R_n + h)^2} + \frac{\sec L \cdot \delta V_E}{R_n + h} \\ \delta h = \delta V_U \end{cases} \quad (3-14)$$

速度误差方程：

$$\delta \mathbf{V}^n = \boldsymbol{\psi}^n \times \mathbf{f}^n + \mathbf{C}_b^n \nabla - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta \mathbf{V}^n + (2\delta\omega_{ie}^n + 2\delta\omega_{en}^n) \times \mathbf{V}^n + \delta \mathbf{g}^n \quad (3-15)$$

姿态误差方程：

$$\boldsymbol{\psi}^n = \boldsymbol{\psi}^n \times (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n + \mathbf{C}_b^n \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3-16)$$

公式(3-14) , (3-15)和(3-16)中 , L 、 λ 、 h 为 n 系下的位置信息：纬度、经度、高度； $\mathbf{V}^n = [V_E \ V_N \ V_U]^T$ 为 n 系下的速度信息：东向速度、北向速度、天向速度； $\boldsymbol{\psi}^n = [\psi_E \ \psi_N \ \psi_U]^T$ 为 n 系下的姿态误差信息：东向失准角、北向失准角、天向失准角； R_n 与 R_m 分别为地球卯酉圈与子午圈的主曲率半径； $\nabla = \nabla_b + \omega_a$ 为加速度计的偏置误差：零偏+白噪声偏置； $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_b + \omega_g$ 为陀螺的漂移误差：零漂+白噪声漂移。值得注意，这里的重力扰动矢量 $\delta \mathbf{g}^n = [\delta g_E \ \delta g_N \ \delta g_U]^T$ 的数学模型是根据步骤 1 中的直接求差法和步骤 2 中的时间序列分析法共同获得。

Kalman 滤波系统状态方程

将重力扰动矢量 $\delta \mathbf{g}^n$ 考虑为待估量进行滤波系统状态增广，得到用于 Kalman 最优滤波估计的系统状态方程如下：

$$\mathbf{X} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{w} \quad (3-17)$$

公式(3-17)中， \mathbf{X} 为滤波器系统状态向量，包括位置误差 δL 、 $\delta \lambda$ 、 δh ，速度误差 δV_E 、 δV_N 、 δV_U ，姿态误差 ψ_E 、 ψ_N 、 ψ_U ，加速度计零偏 ∇_{bx} 、 ∇_{by} 、 ∇_{bz} ，陀螺零漂 ε_{bx} 、 ε_{by} 、 ε_{bz} 和用来描述重力扰动的状态向量 $\delta \mathbf{d}$ 。 \mathbf{F} 为系统状态转移矩阵，具体形式为：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}' & \mathbf{F}'' \\ \mathbf{0}_{6 \times 15} & \mathbf{F}''' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{0}_{6 \times 9} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} & \mathbf{F}_{23} \\ \mathbf{F}_{31} & \mathbf{F}_{32} & \mathbf{F}_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{V_N}{(R_m+h)^2} \\ V_E \sec L \tan L & 0 & -\frac{V_E \sec L}{(R_n+h)^2} \\ R_n+h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ R_m+h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_{21} &= \begin{bmatrix} 2\omega_{ie}(\cos LV_N + \sin LV_U) + \frac{V_E V_N}{R_n+h} \sec^2 L & 0 & \frac{V_E(V_U - V_N \tan L)}{(R_n+h)^2} \\ -2\omega_{ie} \cos LV_E - \frac{V_E^2 \sec^2 L}{R_n+h} & 0 & \frac{V_E^2 \tan L + V_N V_U}{(R_n+h)^2} \\ -2\omega_{ie} \sin LV_E & 0 & \frac{V_E^2 + V_N^2}{(R_n+h)^2} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_{22} &= \begin{bmatrix} \frac{V_N \tan L - V_U}{R_m+h} & 2\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n+h} & -2\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_n+h} \\ -2(\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n+h}) & -\frac{V_U}{R_m+h} & -\frac{V_N}{R_m+h} \\ 2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n+h} & \frac{2V_N}{R_m+h} & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_{23} &= \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ -f_N & f_E & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{V_N}{(R_m+h)^2} \\ -\omega_{ie} \sin L & 0 & -\frac{V_E}{(R_n+h)^2} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E \sec^2 L}{R_n+h} & 0 & -\frac{V_E \tan L}{(R_n+h)^2} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F}_{32} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_m+h} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ R_n+h & 0 & 0 \\ \tan L & 0 & 0 \\ R_n+h & 0 & 0 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$F_{33} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E \tan L}{R_n + h} & -\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_n + h} \\ -\omega_{ie} \sin L - \frac{V_E}{R_n + h} & 0 & -\frac{V_N}{R_m + h} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n + h} & \frac{V_N}{R_m + h} & 0 \end{bmatrix}$$

其中, f_E 、 f_N 和 f_U 为加速度计在 n 系下比力测量值 f^n 的三个分量。 ω 为系统噪声向量, 其分量均为零均值随机白噪声。 G 为系统噪声分配矩阵, 具体形式为:

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & \mathbf{0}_{15 \times *} \\ \mathbf{0}_{* \times 6} & G_2 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ C_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & C_b^n \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \end{bmatrix}。$$

需要特别注意, δd 、 F'' 、 F''' 、 $\mathbf{0}_{* \times 15}$ 、 G_2 、 $\mathbf{0}_{15 \times *}$ 、 $\mathbf{0}_{* \times 6}$ 和 ω 的维数和具体形式不固定, 需根据之前获得的重力扰动模型来确定。

Kalman 滤波量测方程

Kalman 最优滤波估计的量测方程的矩阵表达形式为:

$$Z = H \cdot X + v \tag{3-18}$$

公式(3-18)中 Z 为系统量测向量, 为SINS 输出的位置、速度和比力信息与GNSS 输出的位置、速度和加速度信息相减而得, 具体形式如下:

$$Z = \begin{bmatrix} L_{SINS} - L_{GPS} \\ \lambda_{SINS} - \lambda_{GPS} \\ h_{SINS} - h_{GPS} \\ V_{SINS}^n - V_{GPS}^n \\ f^n + g_m^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{GPS}^n - V_{GPS}^n \end{bmatrix}_{9 \times 1}。$$

H 为量测矩阵, 具体形式如下:

$$H = \begin{bmatrix} H_1 & \mathbf{0}_{6 \times 9} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & H_2 & -C_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \left| \begin{matrix} H_3 \end{matrix} \right., H_1 = \begin{bmatrix} R_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_n \cos L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & f_U & -f_N \\ -f_U & 0 & f_E \\ f_N & -f_E & 0 \end{bmatrix}。$$

\mathbf{v} 为 GNSS 的纬度、经度、高度、东向速度、北向速度、天向速度、东向加速度、北向加速度和天向加速度的测量噪声向量，各分量均可看作零均值随机白噪声。

第四章 SINS/GNSS 性能测试和高阶误差建模和重力补偿 实验研究

第一节 SINS/GNSS 系统性能测试

一、IMU 误差标定测试

1. 测试目的

利用六方位正反速率标定法确定陀螺及加速度计在某一固定温度点下的误差参数；确定陀螺在变温条件下的零漂及刻度因子误差的分段线性插值参数；确定加速度计在变温条件下的零漂及刻度因子误差的分段线性插值参数；利用标定出的参数补偿陀螺及加速度计输出，通过地速及重力加速度进行自检，确定标定效果。



图 4-1 温控单轴速率转台及 IMU 安装图

2. 测试原理

● 陀螺及加速度计误差模型

陀螺和加速度计的确定性误差主要包括标度因数误差，安装误差及常值误差。又考虑到挠性惯性敏感器输出为脉冲数，分别建立陀螺和加速度计误差方程。

角速度通道误差模型如下：

$$\begin{bmatrix} \overline{\omega}_x \\ \overline{\omega}_y \\ \overline{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & K_y & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & K_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

其中, ω_i 为惯性系统 i 轴向陀螺输出角速度; ω_i 为 i 轴向的输入角速度; ω_{i0} 为 i 轴向陀螺零偏; K_i 为 i 轴向陀螺标度因数; E_{ij} 为角速度通道的安装误差系数; i 和 j 为坐标轴 X, Y, Z 的统称。

加速度通道误差模型如下:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

其中, \bar{a}_i 为惯性系统 i 轴向加计输出; a_i 为 i 轴向加计输入; a_{i0} 为 i 轴向加计零偏; K_{ai} 为 i 轴向加计标度因数; M_{ij} 为加速度通道的安装误差系数。

● 六方位正反速率标定法

以六面体工装为系统的标定坐标系, 将 IMU 安装在六面体工装中心, 通过高精度定位台保障惯性系统的 $X、Y、Z$ 轴分别与六面体工装对应的基准面法线平行, 然后将装有惯性系统的六面体工装固定安装在温控单轴速率转台安装平面上。在每一个设定标定温度点共分六次翻转六面体工装, 分别保证惯性系统的 $X、Y、Z$ 轴与转台 ZT 轴、 $-ZT$ 轴 (地理系天、地) 重合。根据系统工作动态环境, 在每一个方位设定转台正反转速率标定范围和速率密度分布, 每个转速点保证旋转 360° 以上, 六方位正反速率标定方案如下图所示。

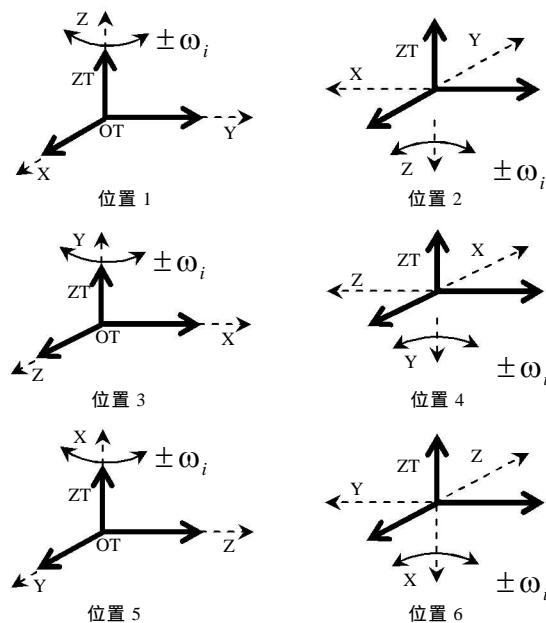


图 4-2 六方位正反速率标定方案

角速度通道系统状态方程如下：

$$\begin{bmatrix} \omega_{x1} & \omega_{y1} & \omega_{z1} \\ \omega_{x2} & \omega_{y2} & \omega_{z2} \\ \omega_{x3} & \omega_{y3} & \bar{\omega}_{z3} \\ \omega_{x4} & \omega_{y4} & \omega_{z4} \\ \omega_{x5} & \omega_{y5} & \omega_{z5} \\ \omega_{x6} & \omega_{y6} & \omega_{z6} \\ \bar{\omega}_{x7} & \bar{\omega}_{y7} & \bar{\omega}_{z7} \\ \omega_{x8} & \omega_{y8} & \bar{\omega}_{z8} \\ \omega_{x9} & \omega_{y9} & \omega_{z9} \\ \omega_{x10} & \omega_{y10} & \bar{\omega}_{z10} \\ \bar{\omega}_{x11} & \bar{\omega}_{y11} & \bar{\omega}_{z11} \\ \omega_{x12} & \omega_{y12} & \bar{\omega}_{z12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_{i+} & 0 & 0 \\ 1 & \omega_{i-} & 0 & 0 \\ 1 & \hat{\omega}_{i+} & 0 & 0 \\ 1 & \hat{\omega}_{i+} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \omega_{i+} & 0 \\ 1 & 0 & \omega_{i-} & 0 \\ 1 & 0 & \hat{\omega}_{i+} & 0 \\ 1 & 0 & \hat{\omega}_{i-} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \omega_{i+} \\ 1 & 0 & 0 & \omega_{i-} \\ 1 & 0 & 0 & \hat{\omega}_{i+} \\ 1 & 0 & 0 & \hat{\omega}_{i-} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x0} & \omega_{y0} & \omega_{z0} \\ K_x & E_{yx} & E_{zx} \\ E_{xy} & K_y & E_{zy} \\ E_{xz} & E_{yz} & K_z \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

其中， $\omega_{e+} = \omega(i) + \Omega_e \sin(\phi)$ ； $\omega_{e-} = -\omega(i) + \Omega_e \sin(\phi)$ ； $\hat{\omega}_{e+} = \omega(i) - \Omega_e \sin(\phi)$ ； $\hat{\omega}_{e-} = -\omega(i) - \Omega_e \sin(\phi)$ ；

Ω_e 表示地球自转角速度 ($^\circ/s$)； $\phi(t)$ 代表 t 时刻惯性系统与北向夹角。

加速度通道系统状态方程

$$\begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & \bar{a}_{z1} \\ \bar{a}_{x2} & a_{y2} & \bar{a}_{z2} \\ \bar{a}_{x3} & \bar{a}_{y3} & a_{z3} \\ a_{x4} & a_{y4} & \bar{a}_{z4} \\ \bar{a}_{x5} & \bar{a}_{y5} & \bar{a}_{z5} \\ a_{x6} & a_{y6} & \bar{a}_{z6} \\ a_{x7} & a_{y7} & \bar{a}_{z7} \\ \bar{a}_{x8} & \bar{a}_{y8} & a_{z8} \\ \bar{a}_{x9} & a_{y9} & a_{z9} \\ \bar{a}_{x10} & \bar{a}_{y10} & \bar{a}_{z10} \\ a_{x11} & a_{y11} & a_{z11} \\ \bar{a}_{x12} & \bar{a}_{y12} & a_{z12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 1 & g & 0 & 0 \\ 1 & -g & 0 & 0 \\ 1 & -g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & g & 0 \\ 1 & 0 & g & 0 \\ 1 & 0 & -g & 0 \\ 1 & 0 & -g & 0 \\ 1 & 0 & 0 & g \\ 1 & 0 & 0 & g \\ 1 & 0 & 0 & -g \\ 1 & 0 & 0 & -g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{x0} & a_{y0} & a_{z0} \\ K_{ax} & M_{yx} & M_{zx} \\ M_{xy} & K_{ay} & M_{zy} \\ M_{xz} & M_{yz} & K_{az} \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

加速度通道系统状态方程

$$\begin{bmatrix} K_{x+} & K_{x-} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{yx} & K_{y+} & K_{y-} & E_{yz} \\ E_{zx} & E_{zy} & K_{z+} & K_{z-} \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 4 \cdot \omega(i) \end{matrix} \begin{bmatrix} 2\omega_{x1} + 2\omega_{x3} - 4\omega_{x0} & -2\omega_{x2} - 2\omega_{x3} - 4\omega_{x0} & \omega_{x5} + \bar{\omega}_{x7} - \omega_{x6} - \bar{\omega}_{x8} & \omega_{x9} + \omega_{x11} - \omega_{x10} - \omega_{x12} \\ \omega_{y1} + \omega_{y3} - \bar{\omega}_{y2} - \bar{\omega}_{y4} & 2\omega_{y5} + 2\bar{\omega}_{y7} - 4\omega_{y0} & -2\bar{\omega}_{y6} - 2\bar{\omega}_{y8} - 4\omega_{y0} & \omega_{y9} + \bar{\omega}_{y11} - \bar{\omega}_{y10} - \omega_{y12} \\ \bar{\omega}_{z1} + \omega_{z3} - \bar{\omega}_{z2} - \omega_{z4} & \bar{\omega}_{z5} + \omega_{z7} - \bar{\omega}_{z6} - \bar{\omega} & 2\omega_{z9} + 2\omega_{z11} - 4\omega_{z0} & -2\omega_{z10} - 2\bar{\omega}_{z12} - 4\omega_{z0} \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

角速度通道三轴向陀螺零偏误差

$$\begin{cases} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{cases} = \frac{1}{12} \begin{cases} \bar{\omega}_{x1} + \bar{\omega}_{x2} + \bar{\omega}_{x3} + \bar{\omega}_{x4} + \bar{\omega}_{x5} + \bar{\omega}_{x6} + \omega_{x7} + \bar{\omega}_{x8} + \bar{\omega}_{x9} + \bar{\omega}_{x10} + \bar{\omega}_{x11} + \bar{\omega}_{x12} \\ \bar{\omega}_{y1} + \omega_{y2} + \bar{\omega}_{y3} + \bar{\omega}_{y4} + \bar{\omega}_{y5} + \omega_{y6} + \omega_{y7} + \bar{\omega}_{y8} + \bar{\omega}_{y9} + \bar{\omega}_{y10} + \omega_{y11} + \omega_{y12} \\ \bar{\omega}_{z1} + \bar{\omega}_{z2} + \bar{\omega}_{z3} + \omega_{z4} + \omega_{z5} + \omega_{z6} + \omega_{z7} + \omega_{z8} + \bar{\omega}_{z9} + \omega_{z10} + \omega_{z11} + \bar{\omega}_{z12} \end{cases} \quad (4-6)$$

加速度通道加速度计零偏

$$\begin{cases} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{z0} \end{cases} = \begin{cases} \bar{a}_{x1} + \bar{a}_{x2} + \bar{a}_{x3} + \bar{a}_{x4} + \bar{a}_{x5} + \bar{a}_{x6} + \bar{a}_{x7} + \bar{a}_{x8} + a_{x9} + \bar{a}_{x10} + \bar{a}_{x11} + a_{x12} \\ \bar{a}_{y1} + a_{y2} + a_{y3} + \bar{a}_{y4} + a_{y5} + a_{y6} + \bar{a}_{y7} + \bar{a}_{y8} + a_{y9} + \bar{a}_{y10} + a_{y11} + a_{y12} \\ a_{z1} + a_{z2} + a_{z3} + a_{z4} + a_{z5} + a_{z6} + a_{z7} + a_{z8} + a_{z9} + a_{z10} + a_{z11} + a_{z12} \end{cases} \quad (4-7)$$

加速度通道刻度因子及安装误差

$$\begin{matrix} K_{ax} & M_{xy} & M_{xz} & a_{x1} + a_{x2} - a_{x3} - a_{x4} & a_{x5} + a_{x6} - a_{x7} - a_{x8} & a_{x9} + a_{x10} - a_{x11} - a_{x12} \\ M_{yx} & K_{ay} & M_{yz} & a_{y1} + a_{y2} - a_{y3} - a_{y4} & a_{y5} + a_{y6} - a_{y7} - a_{y8} & a_{y9} + \bar{a}_{y10} - a_{y11} - a_{y12} \\ M_{zx} & M_{zy} & K_{az} & a_{z1} + a_{z2} - a_{z3} - a_{z4} & a_{z5} + a_{z6} - a_{z7} - a_{z8} & a_{z9} + a_{z10} - a_{z11} - a_{z12} \end{matrix} \quad (4-8)$$

● 温度误差分段线性插值法

插值函数是在若干节点处与被插植函数具有相同函数值甚至导数值的简单函数，是被插函数的一种近似式，高次插值多项式计算量随次数显著增高，同时部分区间上存在插值多项式截断误差偏大的龙格现象，为避免 IMU 误差补偿过程中的龙格现象和不稳定，同时又能精确补偿系统实际工作温度、动态误差，采用分段低次插值法，把插值区间分成若干小区间，在每个小区间上采用低次插值多项式。设标定温度点为 $T = [T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_i \quad \dots \quad T_n]$ ，当系统工作温度为 $T \in [T_{i-1}, T_i]$

($i = 1, 2, \dots, n$) 时，可得系统温度误差分段线性插值补偿算法如下：

陀螺零偏温度误差分段线性插值公式

$$\begin{cases} \omega_{x0}(T) \\ \omega_{y0}(T) \\ \omega_{z0}(T) \end{cases} = \begin{cases} \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} \omega_{x0,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} \omega_{x0,i} \\ \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} \omega_{y0,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} \omega_{y0,i} \\ \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} \omega_{z0,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} \omega_{z0,i} \end{cases} \quad (4-9)$$

陀螺刻度因子温度误差分段线性插值公式

$$\begin{cases} K_x(T) \\ K_y(T) \\ K_z(T) \end{cases} = \begin{cases} \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} K_{x,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} K_{x,i} \\ \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} K_{y,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} K_{y,i} \\ \frac{T - T_i}{T_{i-1} - T_i} K_{z,i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} K_{z,i} \end{cases} \quad (4-10)$$

加速度计零偏温度误差分段线性插值公式

$$\begin{aligned} a_{x0}(T) &= \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} a_{x0,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} a_{x0,i} \\ a_{y0}(T) &= \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} a_{y0,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} a_{y0,i} \\ a_{z0}(T) &= \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} a_{z0,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} a_{z0,i} \end{aligned} \quad (4-11)$$

加速度计刻度因子温度误差分段线性插值公式

$$\begin{cases} K_{ax}(T) \\ K_{ay}(T) \\ K_{az}(T) \end{cases} = \begin{cases} \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} K_{ax,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} K_{ax,i} \\ \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} K_{ay,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} K_{ay,i} \\ \frac{T-T_i}{T_{i-1}-T_i} K_{az,i-1} + \frac{T-T_{i-1}}{T_i-T_{i-1}} K_{az,i} \end{cases} \quad (4-12)$$

3. 测试步骤

1) 将 IMU 安装于六面体工装，将六面体工装放置于温控单轴速率转台内，使 IMU 坐标系 Z 轴指向天向。

2) 设定温箱温度为[-45°C,50°C]某一固定温度点，使 IMU 保持在恒定温度下，直至其温度传感器输出稳定。

3) 按照瞬时针、逆时针方向控制转台匀速转动，转动速率分别为 +5°/s, -5°/s, +10°/s, -10°/s, +20°/s, -20°/s;

4) 在转台匀速转动条件下，采集并存储 IMU 输出。

5) 依次使 IMU 的 Z 轴指向地向、使 X 轴指向天向、X 轴指向地向、Y 轴指向天向、Y 轴指向地向，重复步骤 1 ~ 步骤 4。

6) 依次在 45°C, 30°C, 20°C, 5°C, -10°C, -25°C 六个温度点重复进行步骤 1 ~ 步骤 6。

7) 按照试验原理对陀螺及加速度计在每个固定温度点下的误差系数进行标定，并对陀螺及加速度计在不同温度区间的零偏误差及标度因数误差进行分段线性插值补偿。

8) 对陀螺及加速度计的标定结果进行自检，根据自检结果判定标定是否有效。

4. 测试结果

对 IMU 进行包括 45°C, 30°C, 20°C, 5°C, -10°C, -25°C 共 6 个固定温度点的全温范围标定实验。在每个温度点按照六方位正反速率标定法进行标定，得

出每个标定温度下的误差参数如下表。

- 环境温度：-25

角速度通道标定实验结果：

1) 陀螺零偏标定结果

表 4-1 陀螺零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏		
	X 轴陀螺零偏 (°/h)	Y 轴陀螺零偏 (°/h)	Z 轴陀螺零偏 (°/h)
10	-0.005759485566232	-0.038610448231163	0.117344190001348

2) 陀螺标度因数标定结果

表 4-2 陀螺标度因数

转速 (°/s)	陀螺标度因数		
	X 轴陀螺标度因数 ("/^)	Y 轴陀螺标度因数 ("/^)	Z 轴陀螺标度因数 ("/^)
10	0.842798072601543	0.842662508010875	0.842790108911422

3) 陀螺安装误差系数标定结果

表 4-3 陀螺安装误差系数

转速 (°/s)	陀螺安装误差系数		
10	0.999998243320317	-0.001169063068547	0.001465144300639
	-0.000038897276870	-0.999999067865284	0.001364828035280
	0.003278797246076	0.001023573232717	0.999994100875828

4) 地速自检结果

表 4-4 地速自检

Wie (°/h)	X+ (°/h)	X- (°/h)	Y+ (°/h)	Y- (°/h)	Z+ (°/h)	Z- (°/h)
15.0411	15.0431	15.0339	15.0352	15.045 8	15.0329	15.0401

加速度通道标定实验结果：

1) 加速度零偏误差标定结果

表 4-5 加速度计零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏(g)		
	X 轴加计零偏	X 轴加计零偏	X 轴加计零偏

10	-0.002133540849848	-0.002127804558212	0.001375792292834
----	--------------------	--------------------	-------------------

2) 加速度计标度因数标定结果

表 4-6 加速度计标度因数

转速 (°/s)	加计标度因数 (1.0e-5g.s/^)		
	X 轴加计标度因数	Y 轴加计标度因数	Z 轴加计标度因数
10	3.1517227400	3.2114761752	3.1593006777

3) 加速度计安装误差标定结果

表 4-7 加速度计安装误差系数

转速 (°/s)	加计安装误差系数		
10	-0.999999735057055	0.000676064299034	0.000269857154114
	-0.000748000489983	0.999999705123733	-0.000173918696577
	0.000650529523777	0.001009513588374	0.999999278846567

4) 重力加速度自检

表 4-8 重力加速度自检

重力加速度 (g)	X+ (g)	X- (g)	Y+ (g)	Y- (g)	Z+ (g)	Z- (g)
1	1.0000544	0.9999481	0.9999752	1.0000239	0.9998683	1.0001306

● 环境温度：-10

角速度通道标定实验结果：

1) 陀螺零偏标定结果

表 4-9 陀螺零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏		
	X 轴陀螺零偏 (°/h)	Y 轴陀螺零偏 (°/h)	Z 轴陀螺零偏 (°/h)
10	-0.009505477701374	-0.039781903220057	0.111414238737188

2) 陀螺标度因数标定结果

表 4-10 陀螺标度因数

转速 (°/s)	陀螺标度因数		
	X 轴陀螺标度因数 ("/^)	Y 轴陀螺标度因数 ("/^)	Z 轴陀螺标度因数 ("/^)
10	0.842804663131018	0.842668262377100	0.842794211343713

3) 陀螺安装误差系数标定结果

表 4-11 陀螺安装误差系数

转速 (°/s)	陀螺安装误差系数		
	10	0.999998051296829	-0.001155396337045
	0.000211038052712	0.999999091738839	0.001331159057886
	0.002575242252108	0.001076591000994	0.999996104531992

4) 地速自检结果

表 4-12 地速自检

Wie (°/h)	X+ (°/h)	X- (°/h)	Y+ (°/h)	Y- (°/h)	Z+ (°/h)	Z- (°/h)
15.0411	15.0396	15.0348	15.0449	15.0393	15.0381	15.0232

加速度通道标定实验结果：

1) 加速度零偏误差标定结果：

表 4-13 加速度计零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏(g)		
	X 轴加计零偏	Y 轴加计零偏	Z 轴加计零偏
10	-0.001894756357487	-0.001869709947277	0.001551916716140

2) 加速度计标度因数标定结果：

表 4-14 加速度计标度因数

转速 (°/s)	加计标度因数 (1.0e-5g.s/^)		
	X 轴加计标度因数	Y 轴加计标度因数	Z 轴加计标度因数
10	0.000031524701635	0.000032112810569	0.000031588375506

3) 加速度计安装误差标定结果：

表 4-15 加速度计安装误差系数

转速 (°/s)	加计安装误差系数		
	10	0.999999750429597	0.000683362695686
	-0.000731530951129	0.999999712701617	-0.000198643276711
	0.000291000454549	0.000999987447368	0.999999457671773

1) 重力加速度自检

表 4-16 重力加速度自检

重力加速度 (g)	X+ (g)	X- (g)	Y+ (g)	Y- (g)	Z+ (g)	Z- (g)
1	1.0000260	0.9999733	0.9999578	1.0000410	0.9999919	1.0000071

● 环境温度：5

角速度通道标定实验结果：

1) 陀螺零偏标定结果：

表 4-17 陀螺零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏		
	X 轴陀螺零偏 (°/h)	Y 轴陀螺零偏 (°/h)	Z 轴陀螺零偏 (°/h)
10	-0.022651776683902	-0.038997465453766	0.100769667095947

2) 陀螺标度因数标定结果：

表 4-18 陀螺标度因数

转速 (°/s)	陀螺标度因数		
	X 轴陀螺标度因数 ("/^)	Y 轴陀螺标度因数 ("/^)	Z 轴陀螺标度因数 ("/^)
10	0.842803427013439	0.842661610004919	0.842793195046300

3) 陀螺安装误差系数标定结果

表 4-19 陀螺安装误差系数

转速 (°/s)	陀螺安装误差系数		
10	0.999998150410563	0.001181247816514	0.001517836963805
	-0.000152934879462	-0.999999294291485	0.001178145769873
	0.002671550138561	0.001207637178220	0.999995702206916

4) 地球自转角速度自检结果：

表 4-20 地速自检

Wie (°/h)	X+ (°/h)	X- (°/h)	Y+ (°/h)	Y- (°/h)	Z+ (°/h)	Z- (°/h)
15.0411	15.0359	15.0404	15.0324	15.0375	15.0402	15.0424

加速度通道标定实验结果：

1) 加速度零偏误差标定结果

表 4-21 加速度计零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏(g)		
	X 轴加计零偏	Y 轴加计零偏	Z 轴加计零偏
10	-0.001697472723080	-0.001650566894190	0.001754642488698

2) 加速度计标度因数标定结果

表 4-22 加速度计标度因数

转速 (°/s)	加计标度因数 (1.0e-5g.s/^)		
	X 轴加计标度因数	Y 轴加计标度因数	Z 轴加计标度因数
10	0.000031526730482	0.000032106459235	0.000031582140994

3) 加速度计安装误差标定结果

表 4-23 加速度计安装误差系数

转速 (°/s)	加速度计安装误差系数		
10	0.999999759468616	0.000662242799710	0.000206148451592
	-0.000736073048603	0.999999708557459	-0.000202685630861
	0.000317386105995	0.001008700346385	0.999999440894679

4) 重力加速度自检

表 4-24 重力加速度自检

重力加速度 (g)	X+ (g)	X- (g)	Y+ (g)	Y- (g)	Z+ (g)	Z- (g)
1	1.0000118	0.9999873	0.9999652	1.0000348	0.9999813	1.0000194

● 环境温度：20

角速度通道标定实验结果：

1) 陀螺零偏标定结果：

表 4-25 陀螺零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏		
	X 轴陀螺零偏 (°/h)	Y 轴陀螺零偏 (°/h)	Z 轴陀螺零偏 (°/h)
10	-0.036988494446393	-0.038888163795397	0.093048315877866

2) 陀螺标度因数标定结果：

表 4-26 陀螺标度因数

转速 (°/s)	陀螺标度因数		
	X 轴陀螺标度因数 (″/°)	Y 轴陀螺标度因数 (″/°)	Z 轴陀螺标度因数 (″/°)
10	0.842801507907441	0.842658375832943	0.842793869410149

3) 陀螺安装误差系数标定结果

表 4-27 陀螺安装误差系数

转速 (°/s)	陀螺安装误差系数		
10	0.999998110755485	0.001247281138369	0.001490897455385
	0.000199234579932	0.999999270496803	0.001191348582076
	0.002663569301702	0.001060100564648	0.999995890784241

4) 地球自转角速度自检结果：

表 4-28 地速自检

Wie (°/h)	X+ (°/h)	X- (°/h)	Y+ (°/h)	Y- (°/h)	Z+ (°/h)	Z- (°/h)
15.0411	15.0397	15.0446	15.0385	15.0318	15.0461	15.0465

加速度通道标定实验结果：

1) 加速度零偏误差标定结果：

表 4-29 加速度计零偏

转速 (°/s)	陀螺零偏(g)		
	X 轴加计零偏	Y 轴加计零偏	Z 轴加计零偏
10	-0.001500639776401	-0.001469883166630	0.001933958774990

2) 加速度计标度因数标定结果：

表 4-30 加速度计标度因数

转速 (°/s)	加计标度因数 (1.0e-5g.s/°)		
	X 轴加计标度因数	Y 轴加计标度因数	Z 轴加计标度因数
10	0.000031522706172	0.000032097560581	0.000031572257191

3) 加速度计安装误差标定结果：

表 4-31 加速度计安装误差系数

转速 (°/s)	加计安装误差系数		
10	-0.999999789559244	0.000625129542500	0.000173477727305

	-0.000722047138764	0.999999721501914	-0.000188796251071
	0.000344172935910	0.000943612914785	0.999999495569701

4) 重力加速度自检

表 4-32 重力加速度自检

重力加速度 (g)	X+ (g)	X- (g)	Y+ (g)	Y- (g)	Z+ (g)	Z- (g)
1	0.9999909	1.0000096	1.0000012	1.0000002	0.9999838	1.0000203

● 陀螺及加计零偏与标度因数温度补偿误差系数结果

按照六方位正反速率标定法，计算出每个温度档时的 IMU 惯性器件误差系数。然后采用变温度点法确定各区间拟合系数，下面依次列出各个误差系数的全温变化趋势图。

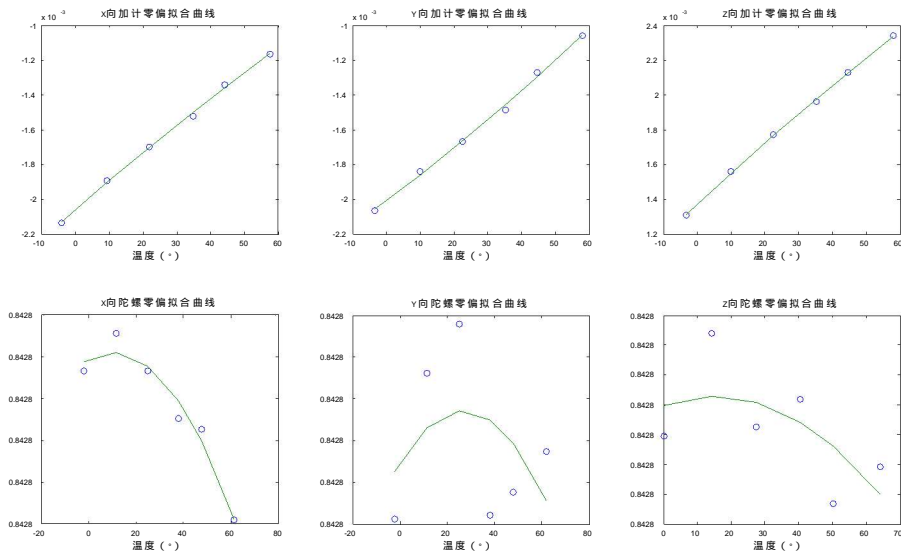


图 4-3 陀螺及加速度计零偏-温度拟合曲线

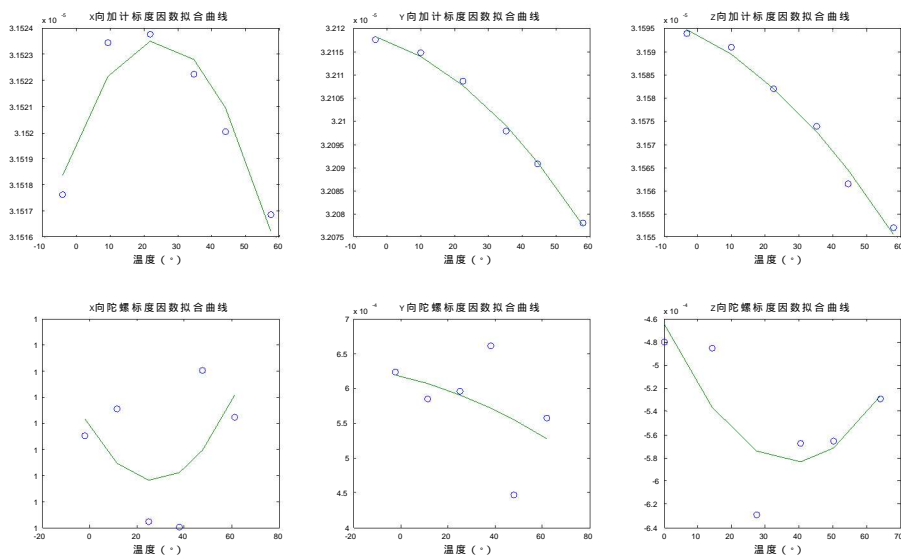


图 4-4 陀螺及加速度计标度因数-温度拟合曲线

5. 测试结论分析

1) 利用六方位正反速率标定法得到的标定参数对采集数据进行地球自转角速度自检，自检结果均小于 $0.003\%h$,表明角速度通道标定结果有效。

2) 利用六方位正反速率标定法得到的标定参数对采集数据进行地球重力加速度自检，自检结果均小于 $10\mu g$,表明加速度通道标定结果有效。

3) 利用分段线性插值法对陀螺标度因数、零偏随温度变化趋势进行拟合，发现其在不同环境温度下零偏及标度因数呈现非线性。

4) 利用分段线性插值法对加速度计标度因数、零偏随温度变化趋势进行拟合，发现其在不同环境温度下零偏及标度因数近似线性关系。

二、IMU 静态测试

1. 测试目的

测试 IMU 静态条件下陀螺零偏稳定性及重复性、加速度计零偏稳定性及重复性、惯性导航误差；测试分段线性插值法进行温度补偿后陀螺及加速度计零偏稳定性、重复性以及 IMU 静态条件下的惯性导航误差。



图 4-5 大理石测试台及 IMU 安装图

2. 测试过程

- 1) 调节大理石台，使大理石台保证受到完全约束。
- 2) 将 IMU 安装于大理石台上，使其与大理石台固连。
- 3) 启动 IMU，并记录 IMU 输出数据，试验时间达 1.5 小时。
- 4) 试验期间，使大理石台与周围环境隔离，避免受到扰动。
- 5) 重复步骤 1~4，进行 11 组试验。
- 6) 对数据进行处理。

3. 测试结果

● 角速度通道测试结果

温度补偿后陀螺仪测试结果

表 4-33 温度补偿前陀螺仪测试结果

组	陀螺输出均值 (°/h)			陀螺零偏稳定性 (°/h)		
	x	y	z	x	y	z
1	0.454119	11.600630	9.559566	0.008035	0.007431	0.007901
2	0.456958	11.597941	9.559520	0.007375	0.007472	0.006991
3	0.455176	11.597572	9.561856	0.006349	0.007732	0.005694
4	0.458623	11.599124	9.559678	0.008764	0.011108	0.006883

5	0.457190	11.598139	9.559917	0.007238	0.004842	0.005224
6	0.454883	11.597514	9.560651	0.007211	0.006269	0.006710
7	0.456301	11.596806	9.561782	0.006033	0.006438	0.007886
8	0.466254	11.599224	9.561442	0.011365	0.006310	0.008860
9	0.454249	11.598358	9.567698	0.008784	0.010626	0.017037
均值	0.456813	11.598375	9.561114	0.0071154	0.007581	0.008132
重复性	0.003409	0.001024	0.002363			

● 加速度通道测试结果

温度补偿后加速度计测试结果

表 4-34 温度补偿前加速度计测试结果

组	加速度计输出均值			加速度计稳定性		
	x	y	z	x	y	z
1	9.309078e -4	0.009593	1.000206	2.359543e -5	2.511375e -5	7.369881e -5
2	9.761649e -4	0.009555	1.000089	2.314783e -5	2.635674e -5	8.66072e -5
3	9.588759e -4	0.009579	1.000185	2.215458e -5	2.304209e -5	6.44388e -5
4	9.764826e -4	0.009547	1.000103	2.613881e -5	2.947117e -5	4.36689e -5
5	0.001001	0.009487	0.999957	3.095717e -5	3.496371e -5	1.007940e -4
6	9.717316e -4	0.009542	1.000117	2.585676e -5	2.918201e -5	6.63291e -5
7	9.814713e -4	0.009526	1.000084	2.866848e -5	3.082204e -5	1.175771e -5
8	9.815021e -4	0.009522	1.000057	2.876674e -5	3.183881e -5	4.35049e -5
9	0.001006	0.009491	1.000001	3.106884e -5	3.322259e -5	6.32737e -5
10	9.446962e -4	0.009560	1.000218	2.272745e -5	2.371689e -5	1.048380e -5
11	9.584731e -4	0.009544	1.000159	2.126620e -5	1.432546e -5	9.961927e -5
均值	9.715732e -4	0.009541	1.000107	2.584984e -5	2.745957e -5	2.10326e -5
重复性	2.236468e -5	3.278830e -5	1.253175e -5			

地球自转角速度及重力加速度自检结果

表 4-35 地速及 g 值自检

组	地速自检 (°/h)	g 值自检
1	15.0388	1.000251
2	15.0368	1.000135
3	15.0371	1.000231
4	15.0380	1.000149
5	15.0379	1.000002
6	15.0379	1.000163
7	15.037 2	1.000130
8	15.0371	1.000103
9	15.0373	1.000046
10	15.0393	1.000264
11	15.0422	1.000205
均值	15.0381	1.000153
重复性	0.0016	8.279689e -5

● 静态导航测试结果

表 4-36 静态导航结果

组	纬度误差	经度误差	水平位置误差
1	0.266383	0.287632	0.392036
2	0.148878	0.468654	0.491733
3	0.804439	0.424368	0.909510
4	0.322448	0.498445	0.593650
5	0.537718	0.502601	0.736035
6	0.120353	0.418194	0.435168
7	0.587441	0.462296	0.747532
8	0.575009	0.452571	0.731748
9	0.578354	0.561003	0.805741
10	0.387813	0.386507	0.547528
11	0.660457	0.364296	0.754265

均值			0.649541
----	--	--	----------

4. 测试结论分析

- 1) IMU 陀螺静态测试零偏稳定性达到 0.007506 , 0.008168 , 0.007734。
- 2) IMU 陀螺静态测试零偏重复性分别为 0.003409 , 0.001024 , 0.002363。
- 3) 经过温度补偿, 11 组静态导航误差均值为 0.649541nmile/h。

三、SINS/GNSS 姿态仿真测试

1. 测试目的

进行转台姿态仿真试验, 考察 SINS/GNSS 的后处理姿态精度。

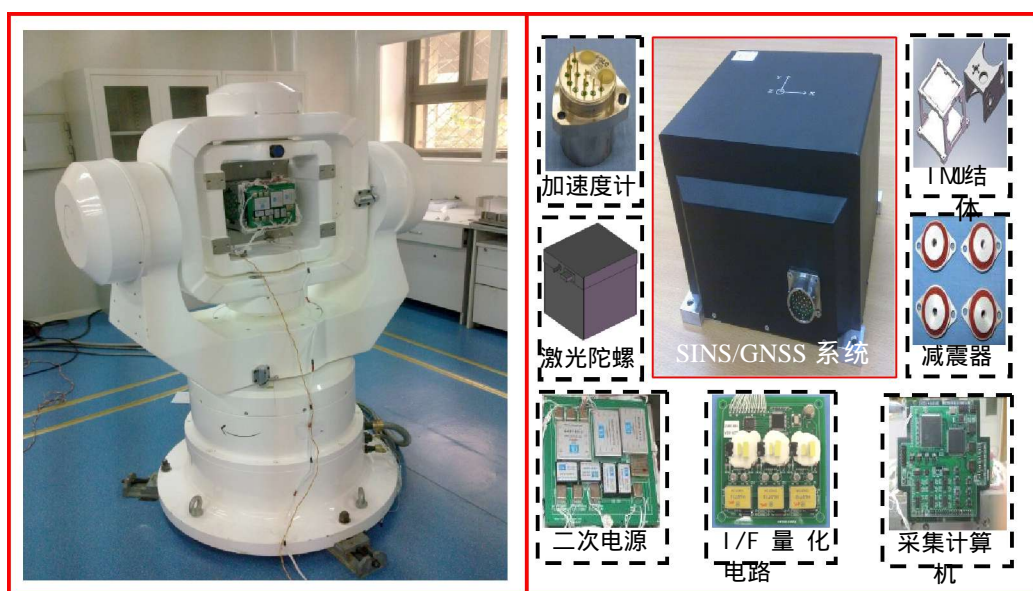


图 4-6 三轴转台及 SINS/GNSS 系统

2. 测试过程及结果

将系统安装在三轴转台上, 模拟飞行实验工作情况分别进行三组姿态仿真实验, 具体实验步骤见下面各个实验。

- 无横滚角的姿态仿真

测试步骤:

- (1) 转台指北, IMU 指向为东北天, 初始姿态为 $[0, 0, 0]$;
- (2) 系统预热 0.5 小时后开始姿态模拟仿真实验;
- (3) 位置 1 采集 5 分钟;
- (4) 模拟飞机转弯, 设置转台外框旋转-180 度 (角速度 9 度/秒), 位置 2 采集 5 分钟;

(5) 模拟飞机转弯，设置转台外框旋转到 0 度（角速度 9 度/秒），位置 3 采集 5 分钟；

(6) 重复执行步骤 (4) - (5)，共 3 次。

测试结果：

利用 IMU 输出计算系统初始姿态，35 分钟的导航结果如下：

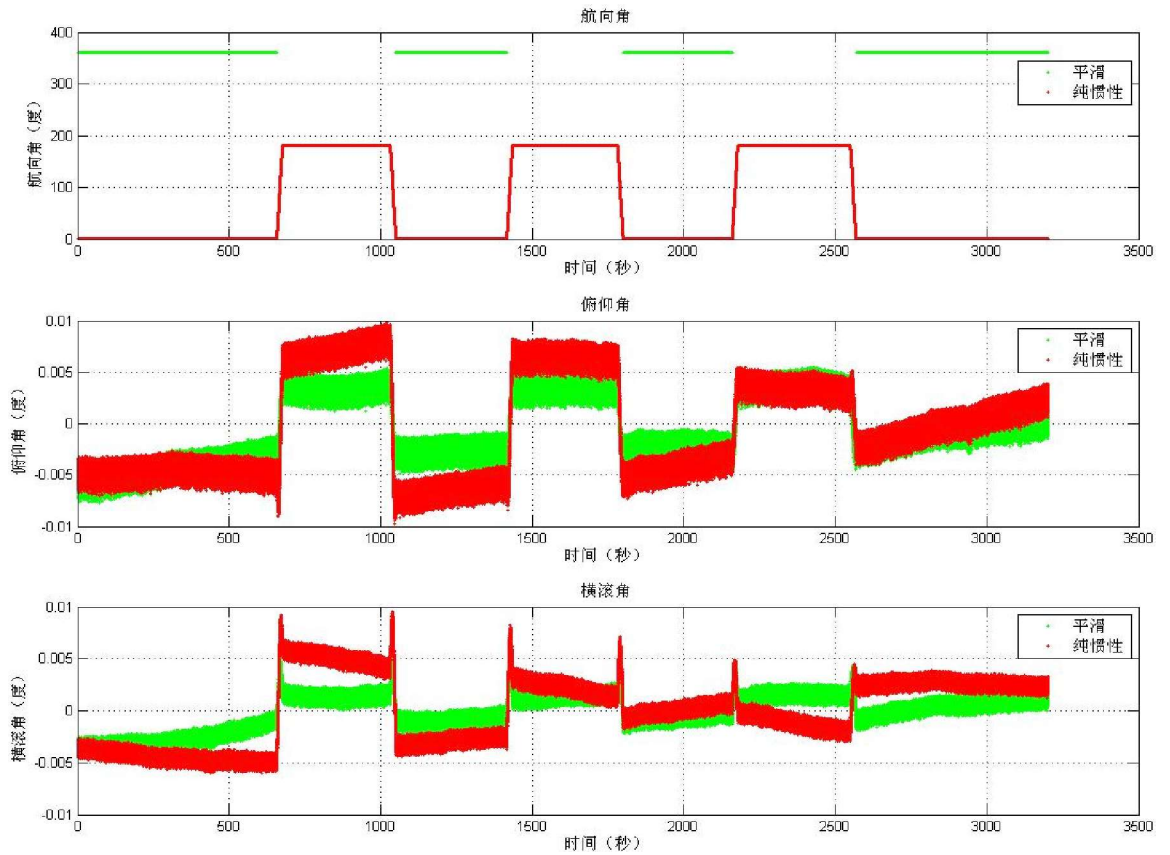


图 4-7 纯惯性和后处理平滑的导航姿态曲线

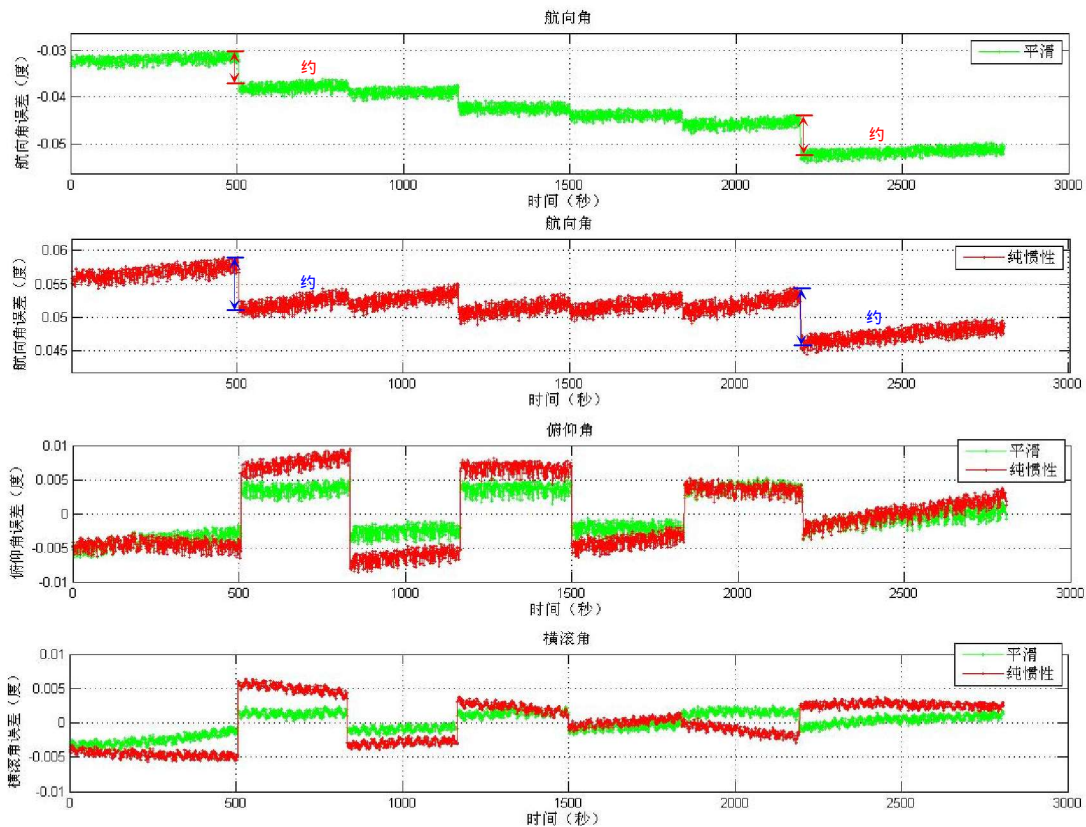


图 4-8 纯惯性和后处理平滑的导航姿态误差曲线

静态组合导航姿态精度：

表 4-37 无横滚角时姿态仿真精度

误差	后处理平滑 STD
俯仰角误差(°)	0.0008
横滚角误差(°)	0.0008
航向角误差(°)	0.0005
纬度 (m)	0.0044
经度 (m)	0.0032
高度 (m)	0.0066
东向速度(m/s)	0.00045
北向速度(m/s)	0.00046
天向速度(m/s)	0.00128

● 带横滚角的姿态仿真 1

测试步骤：

(1) 转台指北，IMU 指向为东北天，初始姿态为[0, 0, 0]；

(2) 系统预热 0.5 小时后开始姿态模拟仿真实验；

(3) 位置 1 采集 5 分钟；

(4) 模拟飞机协调转弯：

设置转台外框旋转到-90 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行；

设置转台外框旋转到-180 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行。

(5) 位置 2 采集 5 分钟；

(6) 模拟飞机协调转弯：

设置转台外框旋转到-90 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 10 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行；

设置转台外框旋转到 0 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行。

(7) 位置 3 采集 5 分钟；

(8) 重复执行步骤（4） - （7），共 3 次。

测试结果：

利用 IMU 输出计算系统初始姿态，35 分钟的导航结果：

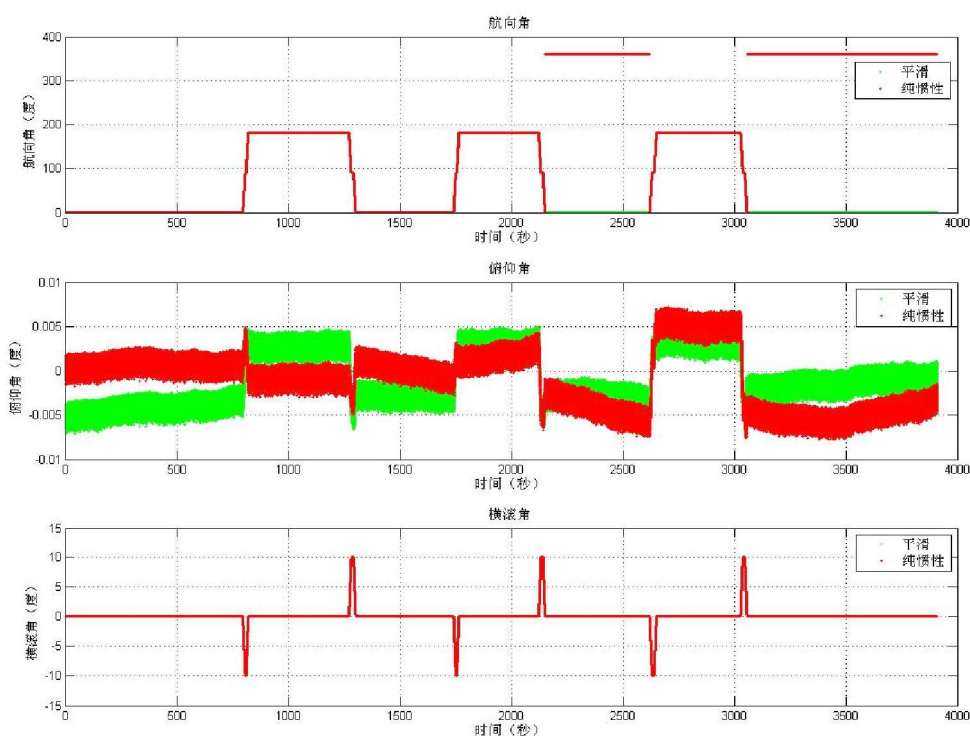


图 4-9 纯惯性和后处理平滑的导航姿态曲线

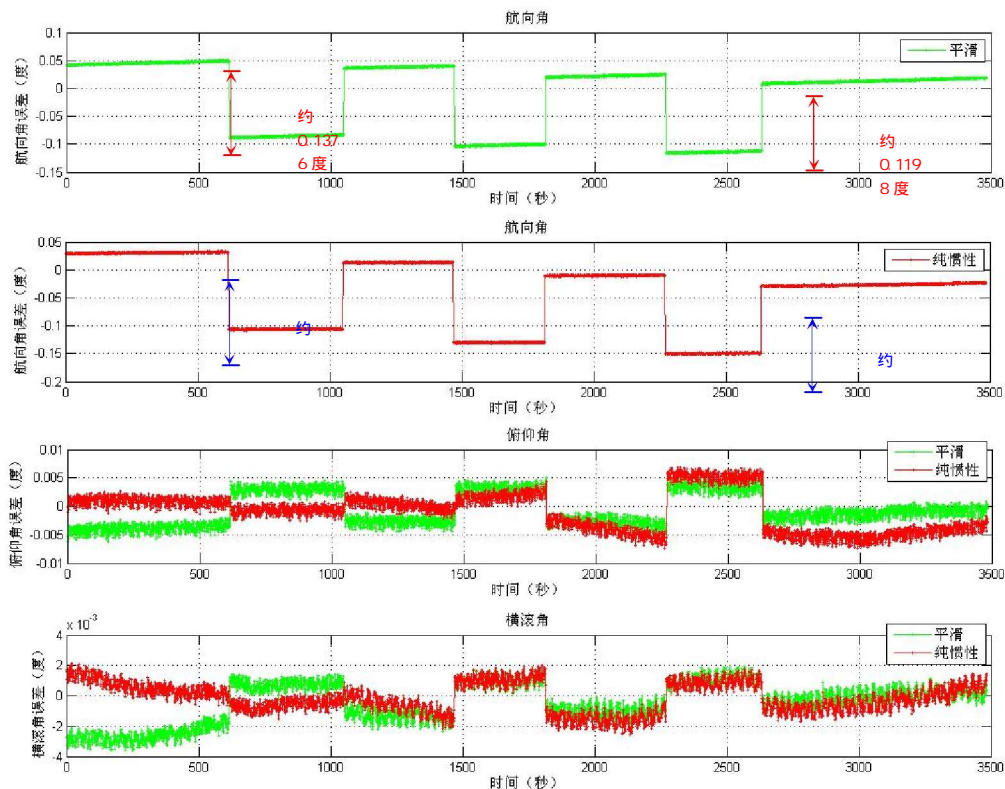


图 4-10 惯性和后处理平滑的导航姿态误差曲线

静态组合导航姿态精度：

表 4-38 无横滚角时姿态仿真精度

误差	后处理平滑 STD
俯仰角误差(°)	0.0008
横滚角误差(°)	0.0004
航向角误差(°)	0.0019
纬度 (m)	0.0041
经度 (m)	0.0032
高度 (m)	0.0134
东向速度(m/s)	0.000526
北向速度(m/s)	0.000524
天向速度(m/s)	0.002064

● 带横滚角的姿态仿真 2

测试步骤：

(1) 转台指北，IMU 指向为北西天，初始姿态为[90, 0, 0]；

(2) 系统预热 0.5 小时后开始姿态模拟仿真实验；

(3) 位置 1 采集 5 分钟；

(4) 模拟飞机协调转弯：

设置转台外框旋转到-90 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行；

设置转台外框旋转到-180 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行。

(5) 位置 2 采集 5 分钟；

(6) 模拟飞机协调转弯：

设置转台外框旋转到-90 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 10 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行；

设置转台外框旋转到 0 度（角速度 9 度/秒），中框旋转到 0 度（角速度 1 度/秒），外框和中框同时运行。

(7) 位置 3 采集 5 分钟；

(8) 重复执行步骤（4） - （7），共 3 次。

测试结果：

利用 IMU 输出计算系统初始姿态，35 分钟的导航结果：

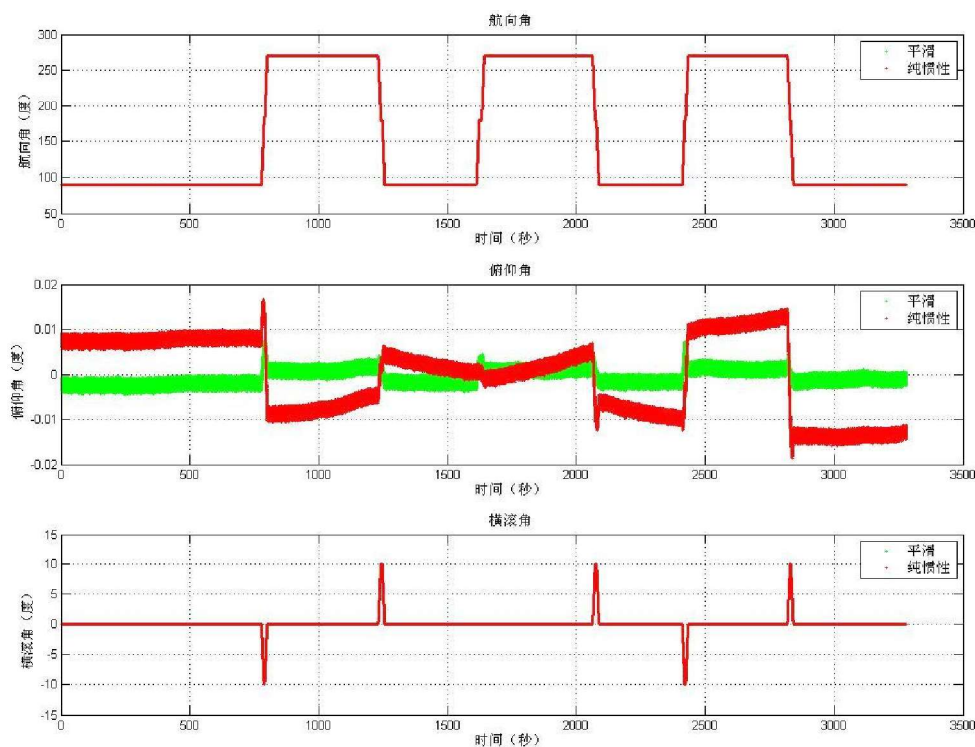


图 4-11 纯惯性和后处理平滑的导航姿态曲线

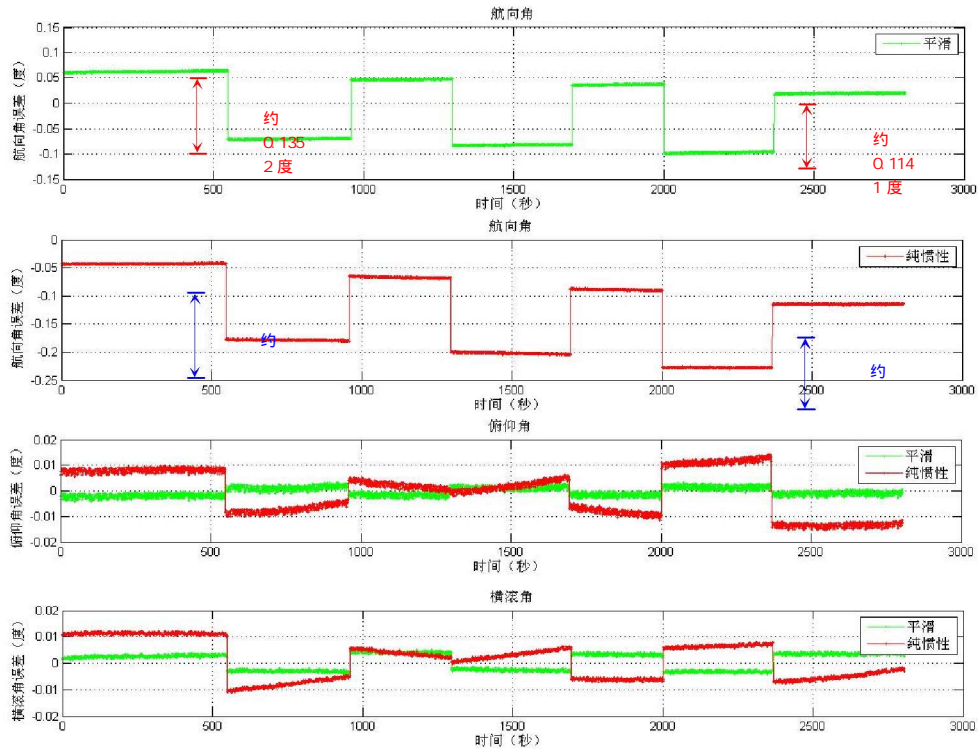


图 4-12 纯惯性和后处理平滑的导航姿态误差曲线

静态组合导航姿态精度：

表 4-39 无横滚角时姿态仿真精度

误差	后处理平滑 STD
俯仰角误差(°)	0.0008
横滚角误差(°)	0.0004
航向角误差(°)	0.0012
纬度 (m)	0.0043
经度 (m)	0.0030
高度 (m)	0.0129
东向速度(m/s)	0.000608
北向速度(m/s)	0.000674
天向速度(m/s)	0.003051

3. 测试结论分析

三次实验的静态组合导航姿态精度对比，如下表所示：

表 4-40 无横滚角时姿态仿真精度

误差	实验一 (无横滚角)	实验二 (有横滚角)	实验三 (有横滚角)
	后处理平滑 STD	后处理平滑 STD	后处理平滑 STD
俯仰角误差(°)	0.0008	0.0008	0.0008
横滚角误差(°)	0.0008	0.0004	0.0004
航向角误差(°)	0.0005	0.0019	0.0012
纬度 (m)	0.0044	0.0041	0.0043
经度 (m)	0.0032	0.0032	0.0030
高度 (m)	0.0066	0.0134	0.0129
东向速度(m/s)	0.00045	0.000526	0.000608
北向速度(m/s)	0.00046	0.000524	0.000674
天向速度(m/s)	0.00128	0.002064	0.003051

结论：

(1) 经过转台姿态仿真，后处理水平姿态误差优于 0.001° ，航向姿态误差优于 0.002° ，均在正常指标范围内。

(2) 纬度误差、经度误差均在 0.005° 以内，高度误差优于 0.015° 。

(3) 东向速度误差优于 0.0007m/s ，北向速度误差优于 0.0007m/s ，天向速度误差优于 0.004m/s 。

第二节 SINS/GNSS 高阶误差建模实验研究

一、仿真实验及结果分析

通过实际测量的 SINS/GNSS 静态数据估算出 IMU 和 GNSS 的器件精度，以此为基础并根据航空作业的实际要求设计飞行轨迹，进行半物理仿真。SINS/GNSS 器件精度如下表所示。

表 4-41 SINS/GNSS 器件精度

SINS/GNSS 器件	参数	精度
IMU	频率	100Hz
	陀螺随机常值漂移	0.01°/h
	陀螺一阶马尔科夫过程漂移的驱动白噪声方差强度	$(0.01^\circ/h)^2$
	陀螺一阶马尔科夫过程漂移的相关时间	300s
	陀螺白噪声方差强度	$(0.01^\circ/h)^2$
	加速度计随机常值偏置	50ug
	加速度计一阶马尔科夫过程偏置的驱动白噪声方差强度	$(50\mu g)^2$
	加速度计一阶马尔科夫过程偏置的相关时间	2.5h
	加速度计白噪声方差强度	$(50\mu g)^2$
	陀螺(加速度计)刻度因子误差	0.00001
	陀螺(加速度计)安装误差角	1.5
GNSS	频率	20Hz
	平面位置测量白噪声方差强度	$(0.03m)^2$
	高程测量白噪声方差强度	$(0.1m)^2$
	速度测量白噪声方差强度	$(0.03m/s)^2$

1. 仿真方案设计

利用轨迹发生器产生陀螺、加速度计和 GNSS 的输出量，并以表 4-41 中的 SINS/GNSS 器件精度为依据加入误差量。按照航空作业的实际要求，飞行轨迹设计如下：

初始条件

初始时刻位置为北纬 47°，东经 115°，高度为 6000m；初始姿态保持当地水平，航向为北偏东 45°；初始速度为 100m/s。

飞行过程

在整个飞行过程中速度和高度保持不变，机动转弯处考虑了横滚角的变化。具体飞行过程设置如表 4-42 所示。

表 4-42 飞行过程设置

时间(s)	载体运动方式
0~100	匀速直航
100~1300	S 型机动
1300 ~ 2300	匀速直航
2300 ~ 2700	顺时针 U 型转弯 180°
2700 ~ 3700	匀速直航
3700 ~ 4100	逆时针 U 型转弯 180°
4100 ~ 5100	匀速直航

飞行平面轨迹如下所示。

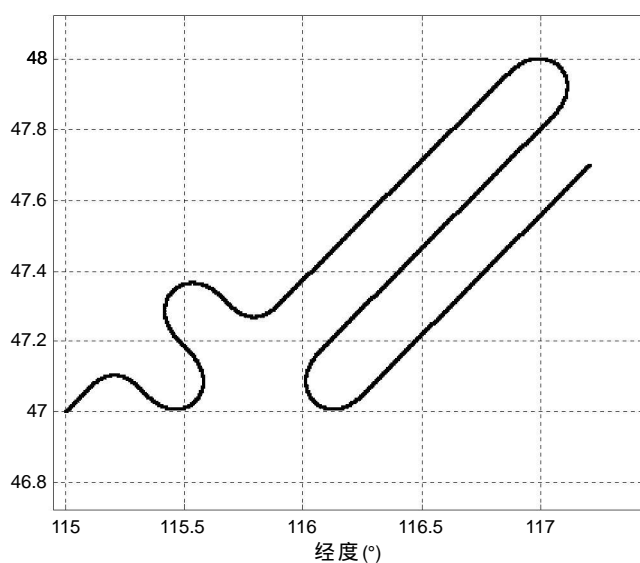


图 4-13 飞行平面轨迹曲线

2. 仿真结果及分析

(1) 系统滤波稳定性验证

为了考察建立的 45 维高阶误差模型的系统滤波稳定性，这里采用的滤波稳定判别条件为：如果系统是可观的，且系统状态向量的均方误差阵初值 P_0 大于 0，则 Kalman 滤波器是滤波稳定的。对于系统的可观测度分析，采用一种近似的方法^[109]，即：研究系统的输出端对系统状态估计的可能性。如果一个系统是可观的，那么系统方程中所有的状态在输出端都是可被估计的。相反，如果某一个状态在输出端是不可估计的，那么该状态就不可观测。45 维高阶误差模型滤波结果中的系统状态估计结果如下所示。

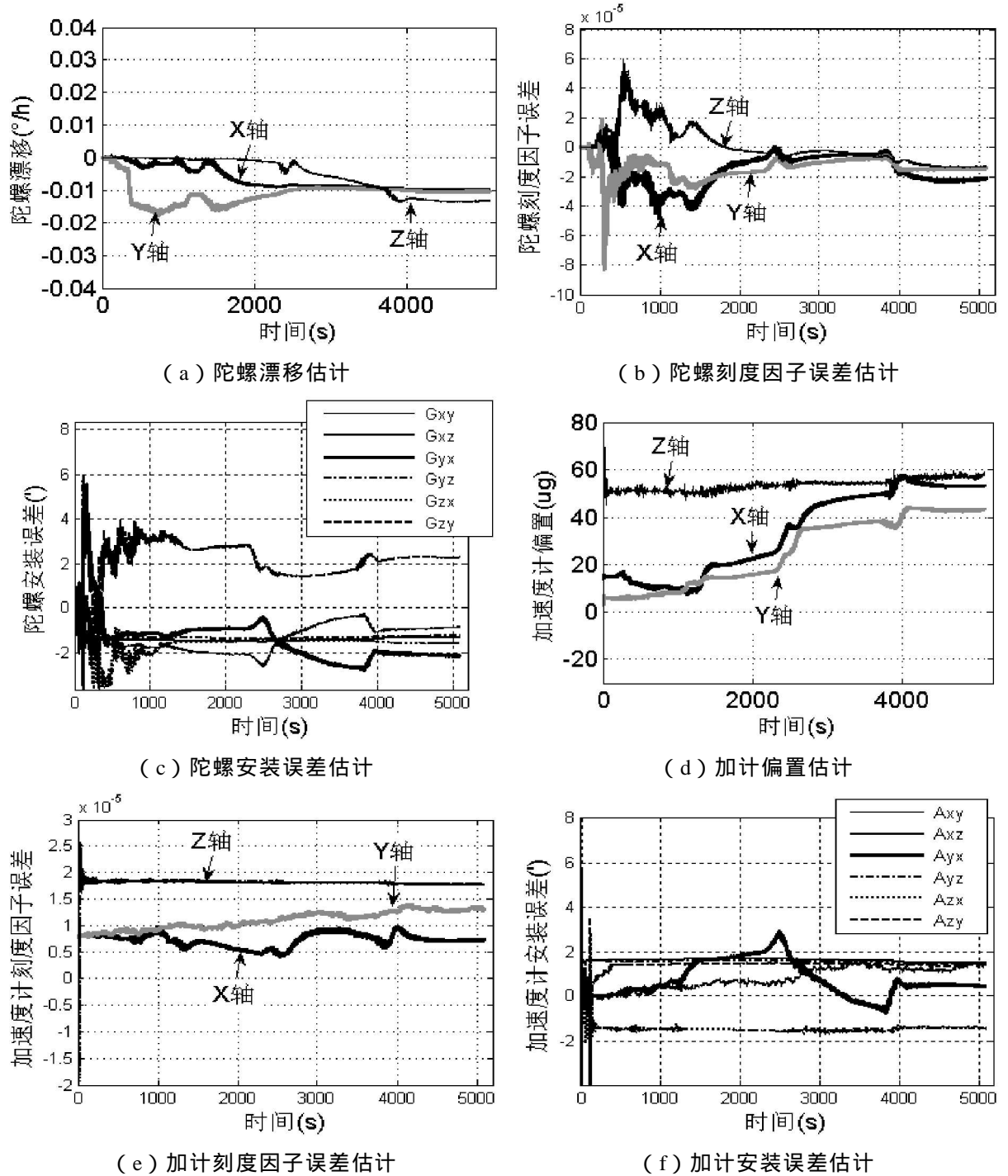


图 4-14 SINS/GNSS 系统状态估计结果

从图 4-14 可以看出，Kalman 滤波器对陀螺三个轴总体漂移的估计稳定在 $0.01^{\circ}/h \sim 0.02^{\circ}/h$ 之间，对加速度计三个轴总体偏置的估计稳定在 $20\mu g \sim 60\mu g$ 范围内，对陀螺和加速度计各自三个轴刻度因子误差的估计均在 2×10^{-5} 内，对陀螺和加速度计各自三个轴安装误差的估计保持在 $1 \sim 2$ 之间。由此可知系统状态是可观测的，并且在使用 Kalman 滤波器时将系统状态向量均方误差阵初值 P_0 取成大

于 0 的值，故建立的 45 维高阶误差模型具有系统滤波稳定性。

二、飞行实验及结果分析

为验证建立的 45 维高阶误差模型的实用性，进行了 SINS/GNSS 与相机联合飞行实验。实验采用的系统为基于机抖激光陀螺的高精度 SINS/GNSS (TX-L20-A2)和可见光相机，实验载机为 A2C 水上超轻型飞机，如下图所示。SINS/GNSS 的硬件性能指标见表 4-43。



(a) TX-L20-A2



(b) A2C 超轻型飞机

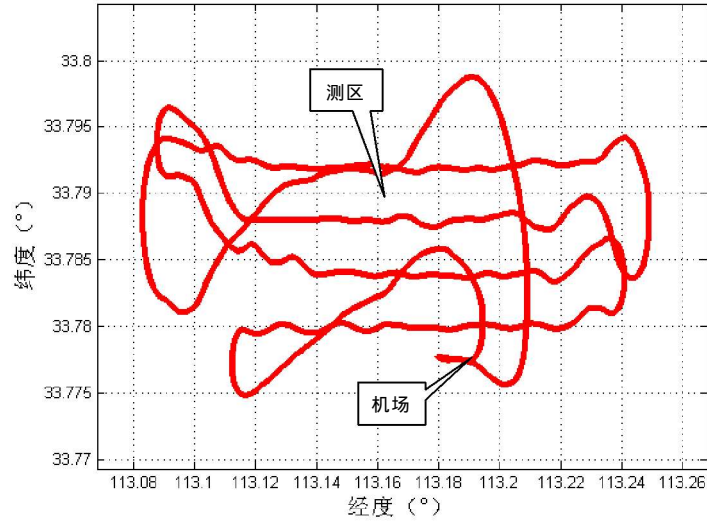
图 4-15 飞行实验设备

表 4-43 SINS/GNSS 硬件性能指标

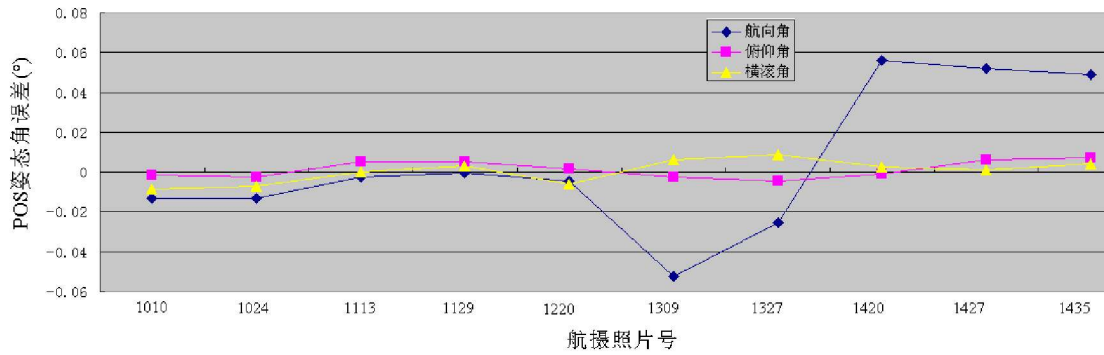
	参数	精度
IMU	频率	100Hz
	陀螺零漂重复性	0.002°/h
	陀螺零漂稳定性	0.01°/h
	加速度计零偏重复性	50ug
	加速度计零偏稳定性	50ug
GNSS	频率	10Hz
	位置测量精度	0.1m
	速度测量精度	0.03 m/s

整个飞行实验共时长 2 小时，飞行轨迹如图 4-16(a)所示。实验数据处理流程为：首先，进行基于本文高阶误差模型和基于传统误差模型的 SINS/GNSS 组合滤波，得到每张航摄相片的姿态角；其次，通过空三软件反算得到每张航摄照片的外方位元素，再通过系统安置误差的检校与补偿，得到每张航摄照片的姿态角

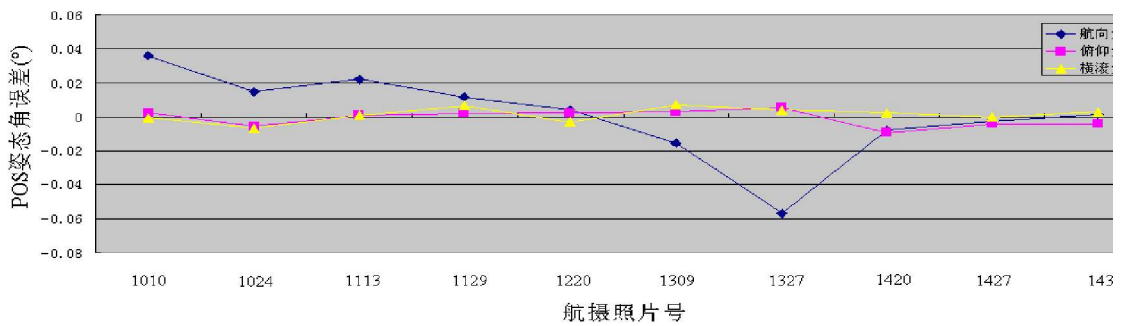
最后，将每张航摄照片两次得到的姿态角作差并进行统计分析，得出基于不同误差模型的 SINS/GNSS 精度分析，SINS/GNSS 姿态角误差曲线见图 4-16(b)(c)(d)，误差统计结果见表 4-44。



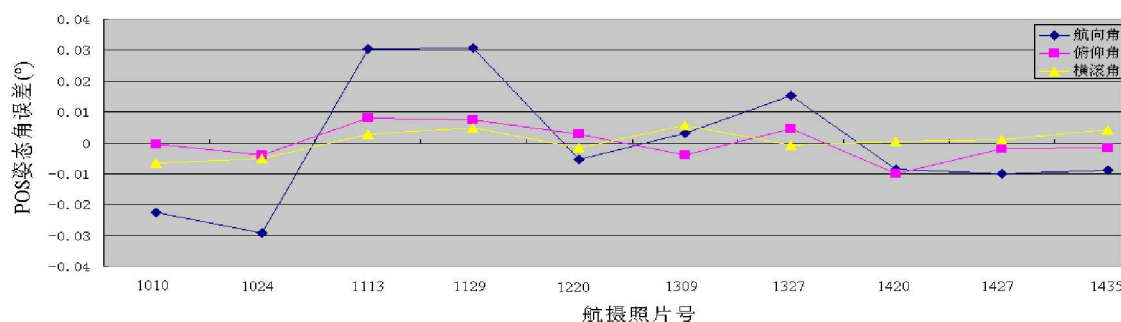
(a) 飞行实验轨迹



(b) 基于 15 维传统误差模型的 SINS/GNSS 姿态角误差曲线



(c) 基于 36 维误差模型的 SINS/GNSS 姿态角误差曲线



(d) 基于 45 维高阶误差模型的 SINS/GNSS 姿态角误差曲线

图 4-16 飞行轨迹图和不同误差模型的 SINS/GNSS 姿态误差曲线

表 4-44 SINS/GNSS 姿态测量精度结果

		航向角 (°)	俯仰角 (°)	横滚角 (°)
TX-L20-A2	15 维传统误差模型	0.0296	0.0051	0.0059
	36 维误差模型	0.0221	0.0053	0.0051
	45 维高阶误差模型	0.0194	0.0049	0.0036
POS AV/610 标注精度		0.020	0.005	0.005

从表 4-44 中结果可以看出，采用 45 维高阶误差模型的 TX-L20-A2 三个姿态角精度均达到和优于 POS AV/610 的标注精度指标。45 维高阶误差模型的航向角精度、俯仰角精度和横滚角精度要比 15 维传统误差模型提升 34.4%、3.9% 和 38.9%，比 36 维误差模型提升 12.2%、7.5% 和 29.4%；其中航向角和横滚角的精度提升比较大，而俯仰角的精度提升不明显，通过对载机飞行轨迹的分析，发现是由于载机机动不够理想，从而无法充分激励各误差状态对系统的影响引起的。机动不理想的原因是载机自身性能的限制和飞行时天气因素影响等。因此下一步工作需对非理想机动条件下高精度的 SINS/GNSS 数据处理进行深入研究。

第三节 SINS/GNSS 重力补偿实验研究

为了验证提出的基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿方法在 SINS/GNSS 实际应用中的有效性,进行了飞行实验验证。飞行实验采用的 SINS/GNSS 硬件系统为 TX-L20-A2 和可见光相机,实验载机为 A2C 水上超轻型飞机,如图 4-18、图 4-19 和图 4-20 所示。其中,SINS/GNSS 中的 IMU 与可见光相机镜头底座刚性固联。TX-L20-A2 的器件性能指标见表 4-46。

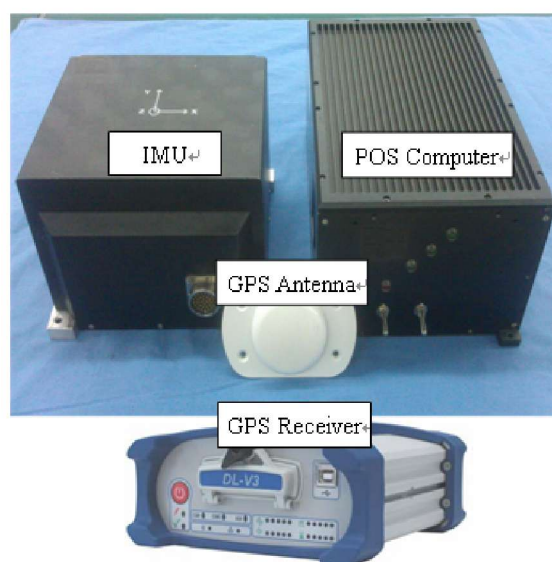


图 4-18 TX-L20-A2 SINS/GNSS

表 4-46 TX-L20-A2 SINS/GNSS 器件性能指标

传感器	参数	精度指标
IMU	输出频率	100Hz
	陀螺零漂重复性	$<0.01^\circ/\text{h}$ (1 σ)
	陀螺零漂稳定性	$<0.01^\circ/\text{h}$ (1 σ)
	加速度计零偏重复性	$<50\mu\text{g}$ (1 σ)
	加速度计零偏稳定性	$<50\mu\text{g}$ (1 σ)
GNSS	输出频率	10Hz
	位置测量精度	0.1m (RMS)
	速度测量精度	0.03 m/s (RMS)

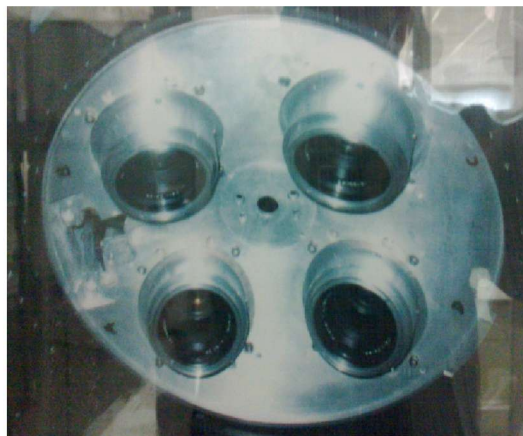


图 4-19 可见光相机



图 4-20 A2C 超轻型飞机

一、实验方案设计

整个飞行实验耗时 2 小时，飞行轨迹如图 4-21 所示。在地面共设立了 24 个控制点，控制点平面定位精度优于 $\pm 3\text{cm}$ ，高程精度优于 $\pm 2\text{cm}$ ，具体航摄实验参数见表 4-47。

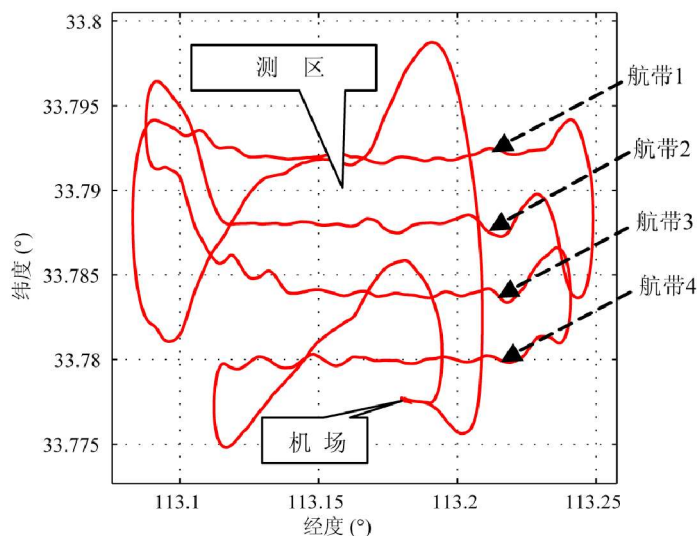


图 4-21 飞行实验平面轨迹

表 4-47 航摄实验参数表

航摄参数	指标	航摄参数	指标
相对航高	500m	航向重叠	65%
像对方式	窄像对	旁向重叠	45%
地面控制方式	地面控制点	航带数	4
地面分辨率	7cm	航线方向	东西

二、实验数据处理流程及结果分析

首先，根据飞行实验的 SINS/GNSS 测量数据，采用直接求差法求取有限精度的重力扰动序列 $\{\ddot{a}g_E(t)\}$ 、 $\{\ddot{a}g_N(t)\}$ 和 $\{\ddot{a}g_U(t)\}$ ，结果如图 4-22 所示。

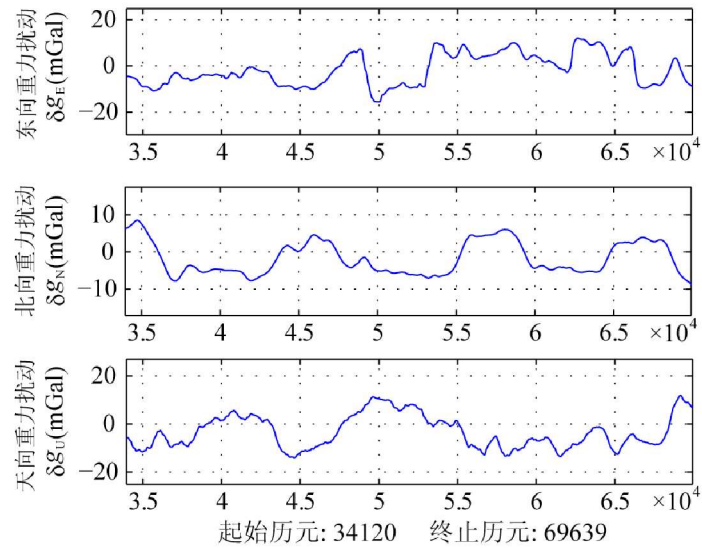
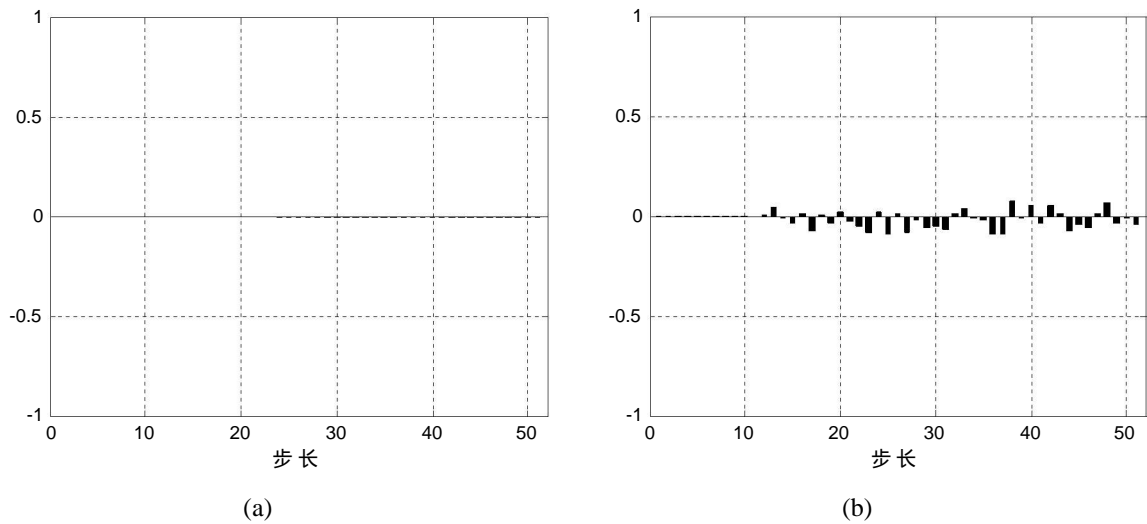


图 4-22 直接求差法计算的重力扰动值

其次，基于直接求差法得到的重力扰动序列 $\{\ddot{a}g_E\}$ 、 $\{\ddot{a}g_N\}$ 和 $\{\ddot{a}g_U\}$ ，采用时间序列分析法进行重力扰动建模。对重力扰 4-23 所示。



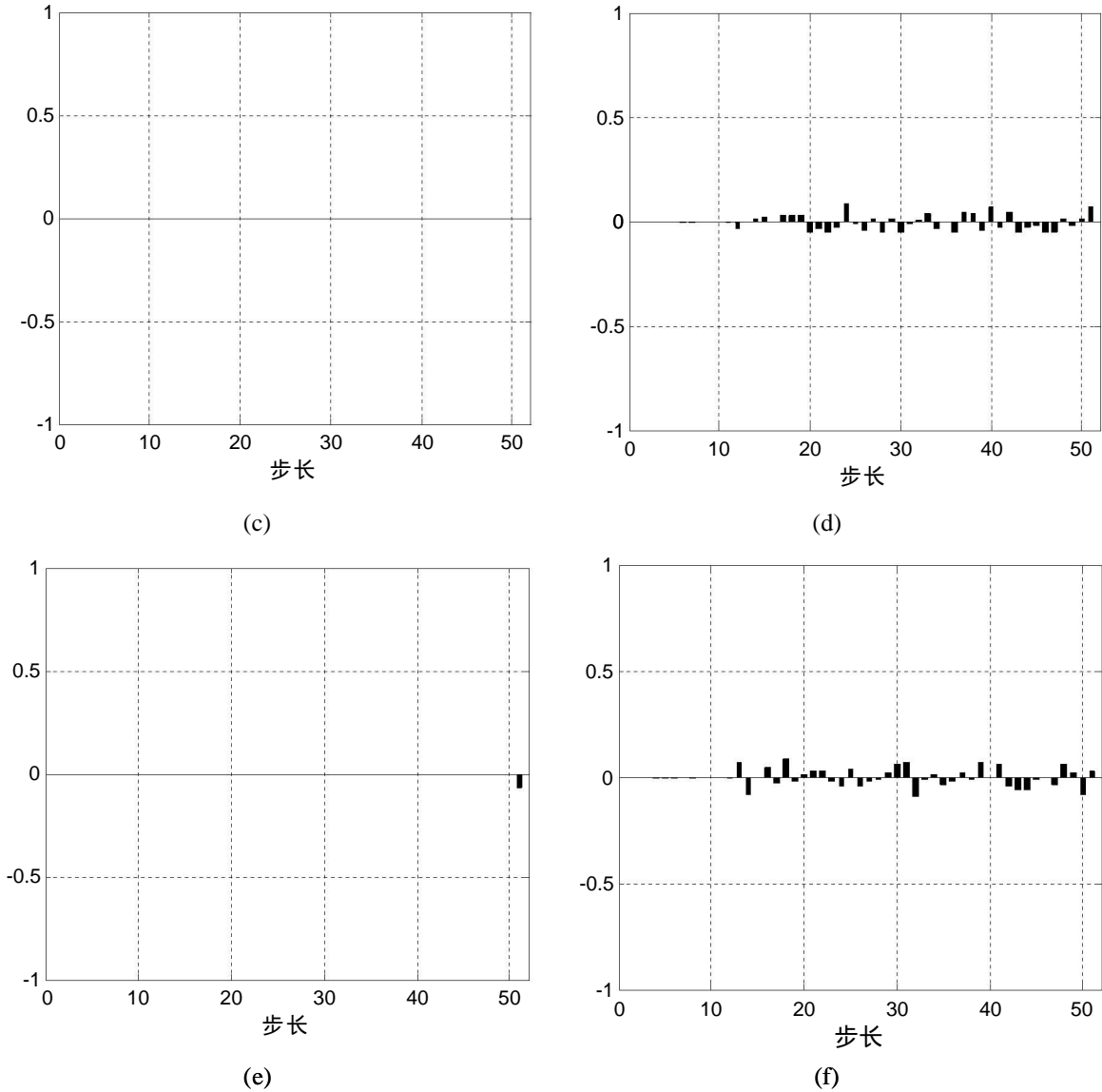


图 4-23 重力扰动序列的自相关函数和偏相关函数 (a) \ddot{a}_{gE} 的自相关函数；(b) \ddot{a}_{gE} 的偏相关函数；(c) \ddot{a}_{gN} 的自相关函数；(d) \ddot{a}_{gN} 的偏相关函数；(e) \ddot{a}_{gU} 的自相关函数；(f) \ddot{a}_{gU} 的偏相关函数

从图 4-23 中可以看出，重力扰动序列 $\{\ddot{a}_{gE}(t)\}$ 、 $\{\ddot{a}_{gN}(t)\}$ 和 $\{\ddot{a}_{gU}(t)\}$ 的自相关函数呈现明显拖尾性，偏相关函数呈现明显的截尾性且三步以后的偏相关函数值陡降收敛。根据表 4-48 的规则可以判断出基于直接求差法得到的精度有限的重力扰动序列符合 AR 模型，进一步根据AIC 准则可得重力扰动序列的 AR 模型阶数为 3，即 AR(3)模型对应的 AIC 准则函数值取为最小。对于不同阶次的 AR 模型对应的 AIC 准则函数值如表 4-49 所示。

表 4-48 模型识别判断规则

模型	AR(p)	MA(q)	ARMA(p, q)
自相关函数 $\hat{\rho}_k$ (ACF)	拖尾	截尾	拖尾
偏相关函数 $\hat{\rho}_{kk}$ (PACF)	截尾	拖尾	拖尾

表 4-49 不同阶次的 AR 模型对应的 AIC 准则函数值

模型	AIC 准则函数值		
	$\ddot{a}g_E$	$\ddot{a}g_N$	$\ddot{a}g_U$
AR(1)	4.0111	5.9691	7.2943
AR(2)	3.9364	5.9609	7.2978
AR(3)	3.9285	5.9344	7.2868
AR(4)	3.9522	5.9965	7.3085
AR(5)	3.9652	5.9945	7.3018
AR(6)	3.9499	5.9815	7.2991
AR(7)	3.9585	6.0310	7.3055
AR(8)	3.9892	6.0648	7.3048
AR(9)	4.1603	6.1101	7.3014
AR(10)	4.1572	6.0059	7.3222

再求出 $\{\ddot{a}g_E(t)\}$ 、 $\{\ddot{a}g_N(t)\}$ 和 $\{\ddot{a}g_U(t)\}$ 的自回归系数的估计值，最终基于直接求差法得到的重力扰动序列的 AR(3)模型为：

$$\begin{cases} \delta g_E(t) = -0.9168 \cdot \delta g_E(t-1) + 0.0758 \cdot \delta g_E(t-2) - 0.0991 \cdot \delta g_E(t-3) + \omega_{\delta g_E}(t) \\ \delta g_N(t) = -0.8061 \cdot \delta g_N(t-1) - 0.0725 \cdot \delta g_N(t-2) - 0.0102 \cdot \delta g_N(t-3) + \omega_{\delta g_N}(t) \\ \delta g_U(t) = -0.7718 \cdot \delta g_U(t-1) - 0.0183 \cdot \delta g_U(t-2) - 0.0256 \cdot \delta g_U(t-3) + \omega_{\delta g_U}(t) \end{cases} \quad (4-13)$$

公式(4-13)中， $\omega_{\delta g_E}(t)$ 、 $\omega_{\delta g_N}(t)$ 和 $\omega_{\delta g_U}(t)$ 是均值为 0，方差分别为 $2.0231e-005$ 、 $1.1043e-005$ 和 $2.5885e-005$ 的白噪声。

然后，将建立的重力扰动 AR(3)模型加入到 Kalman 滤波系统状态方程中，估计出最优的重力扰动值，并进行重力扰动的反馈补偿，通过组合滤波直接得到 SINS/GNSS 的位置和姿态信息。另一方面，利用地面控制点（见图 4-24）通过空中三角分析法得到每张航摄照片的六个外方位元素（3 个线元素和 3 个角元

素)，再通过坐标系转换（大地高斯坐标系>地理坐标系）及相机与SINS/GNSS的系统安置误差检校与补偿，间接求得 SINS/GNSS 的位置和姿态信息。以空三结果为基准，将两次得到的 SINS/GNSS 位置和姿态角信息作差，最终进行 SINS/GNSS 位置和姿态精度的统计分析。SINS/GNSS 的位置和姿态精度检校流程如图 4-25 所示。

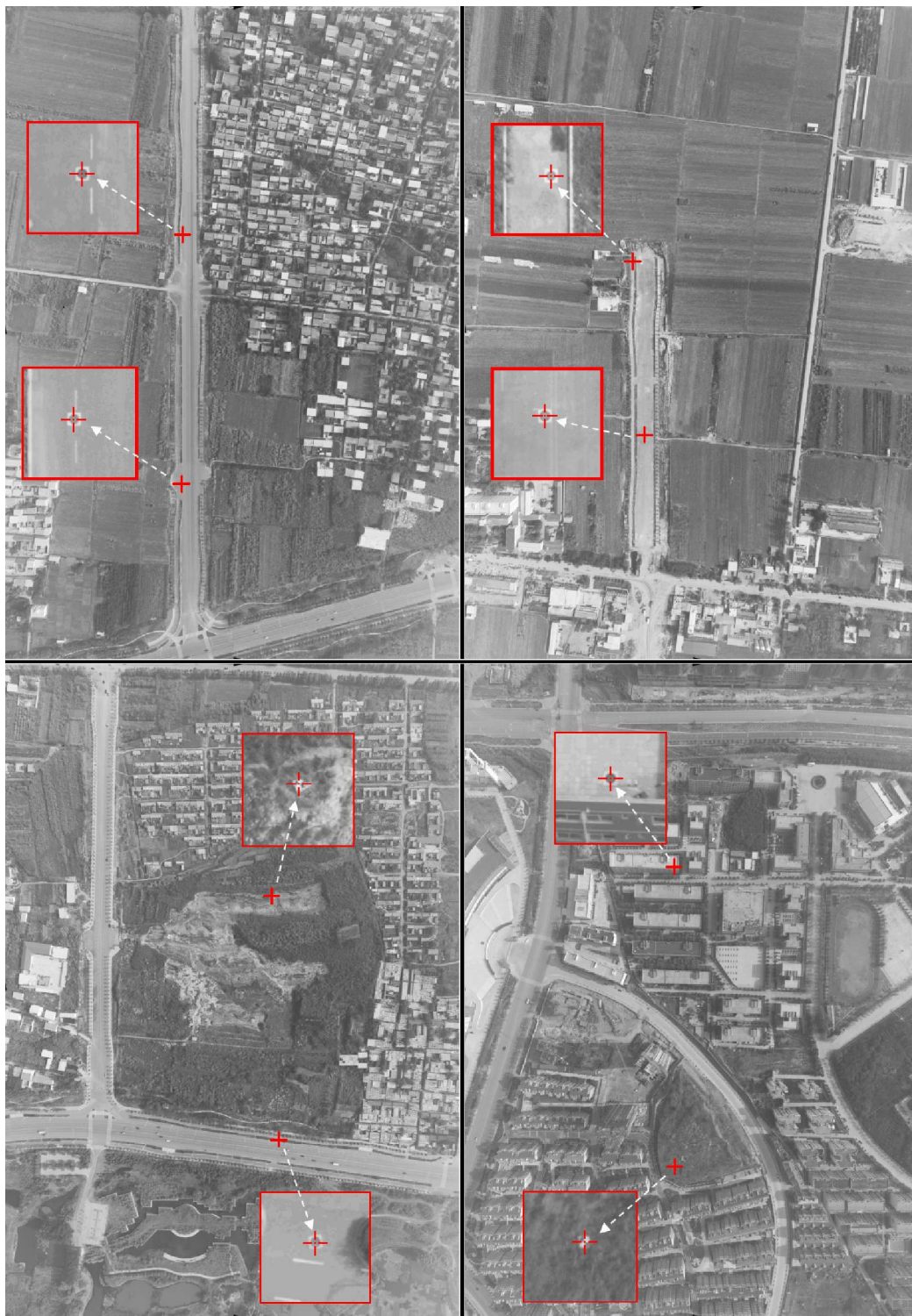


图 4-241 地面控制点

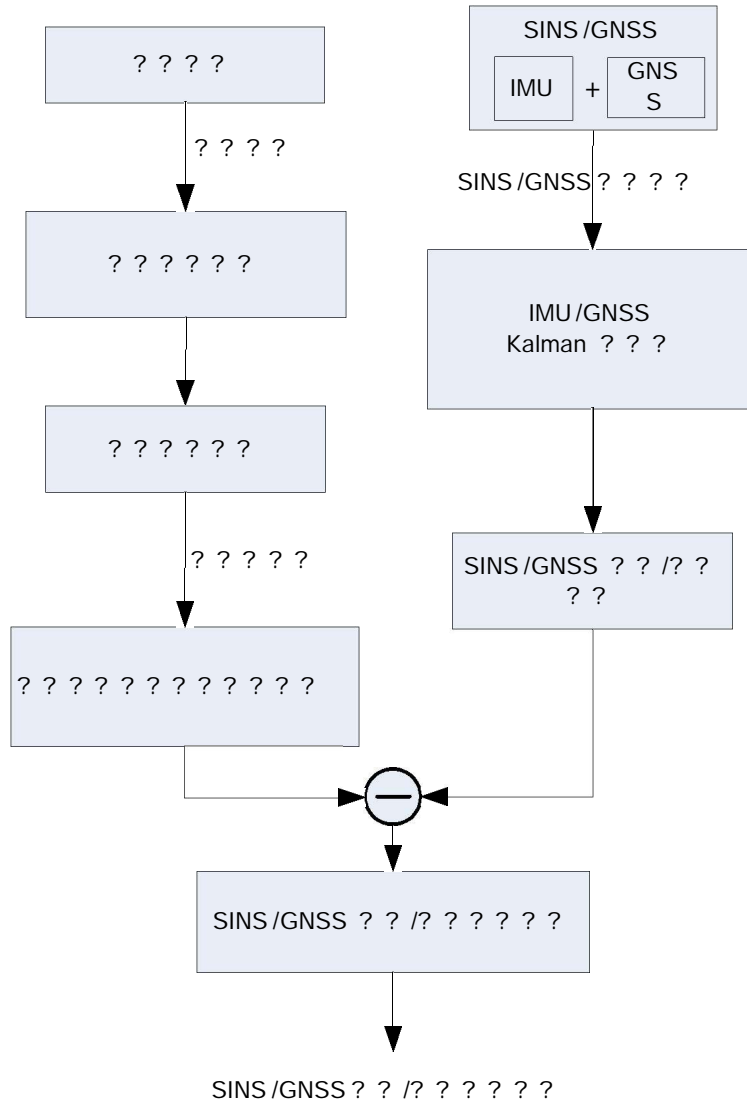


图 4-25 SINS/GNSS 位置和姿态精度检校流程

为了验证基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿方法的有效性，将 (1)无重力扰动补偿情况，即仅采用正常重力模型(WGS84)计算重力矢量；(2)基于直接求差法重力扰动补偿情况；(3) 基于系统状态估计的高精度重力扰动补偿情况的 SINS/GNSS 位置和姿态精度进行对比分析，结果如下。

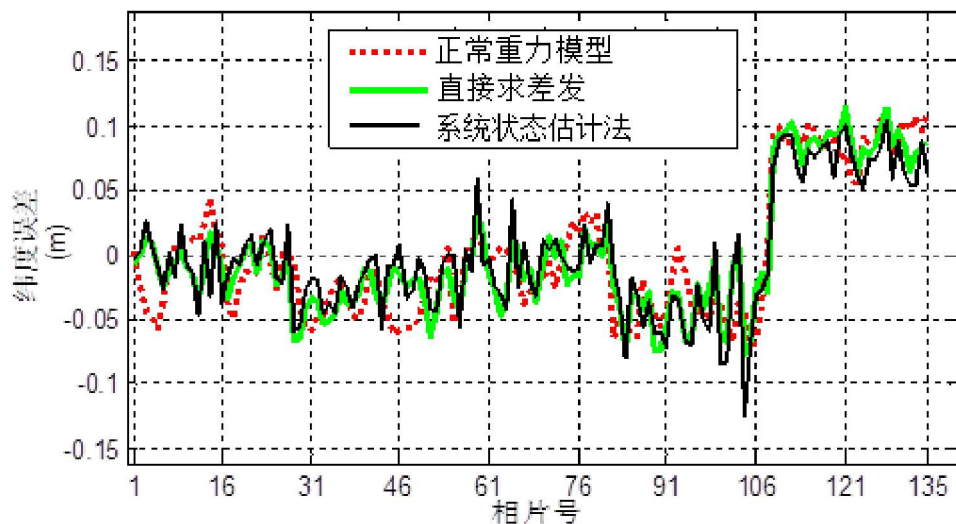


图 4-26 纬度误差

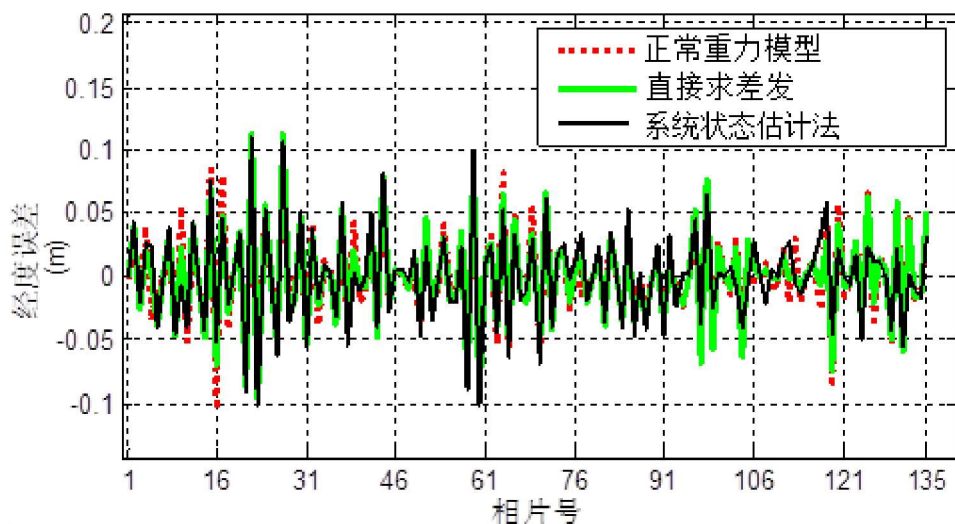


图 4-27 经度误差

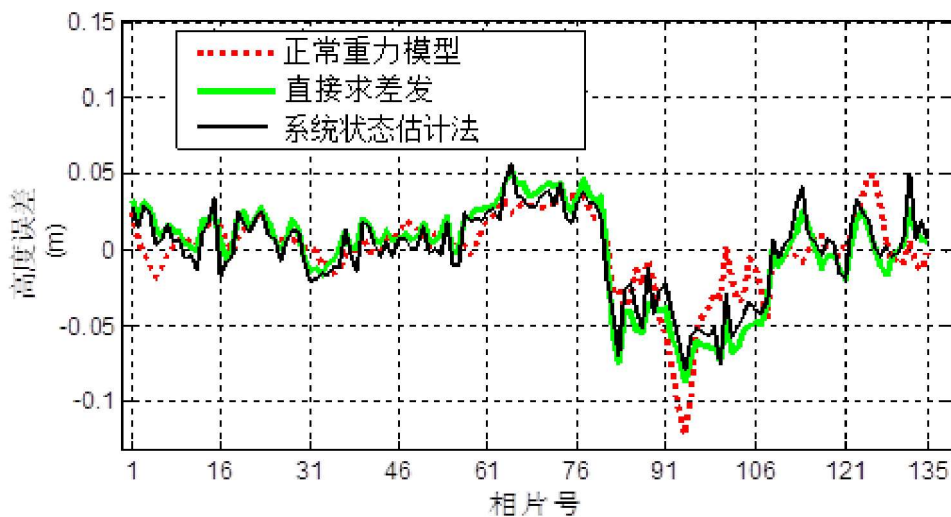


图 4-28 高度误差

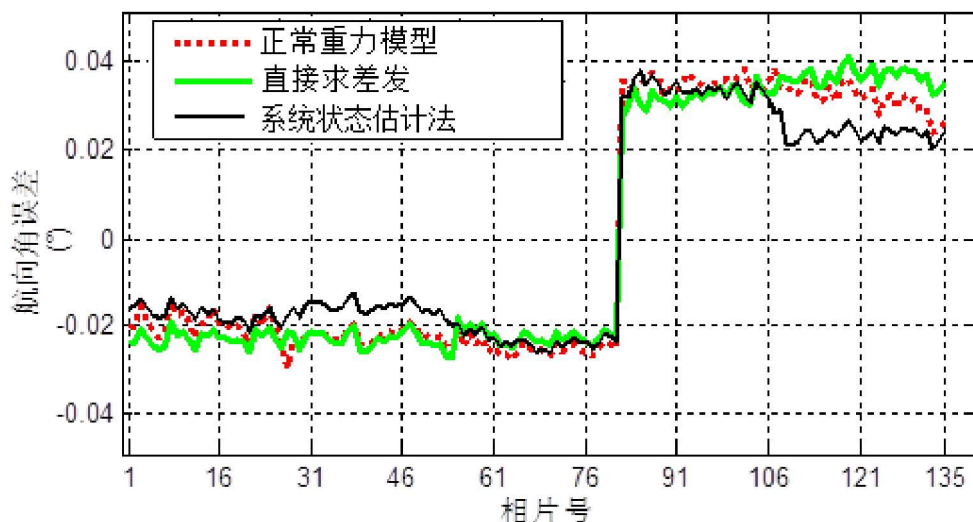


图 4-29 航向角误差

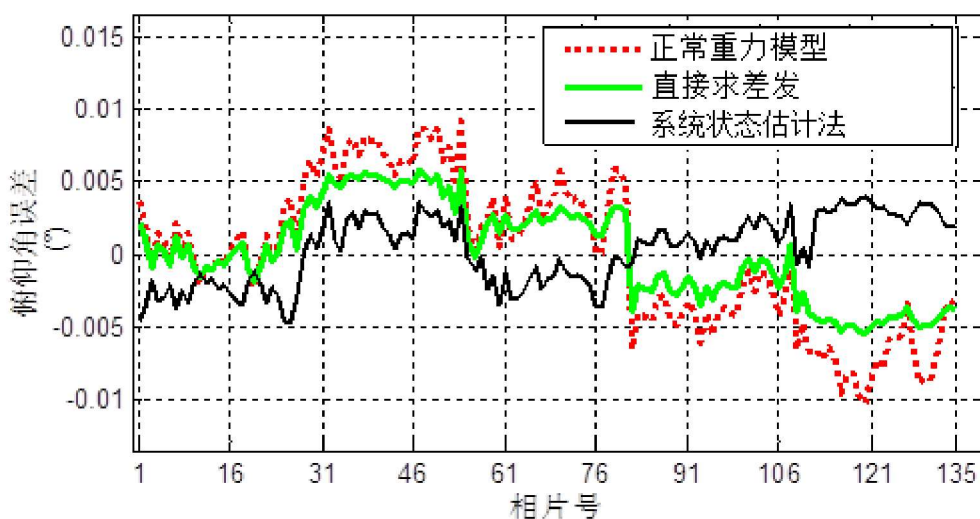


图 4-30 俯仰角误差

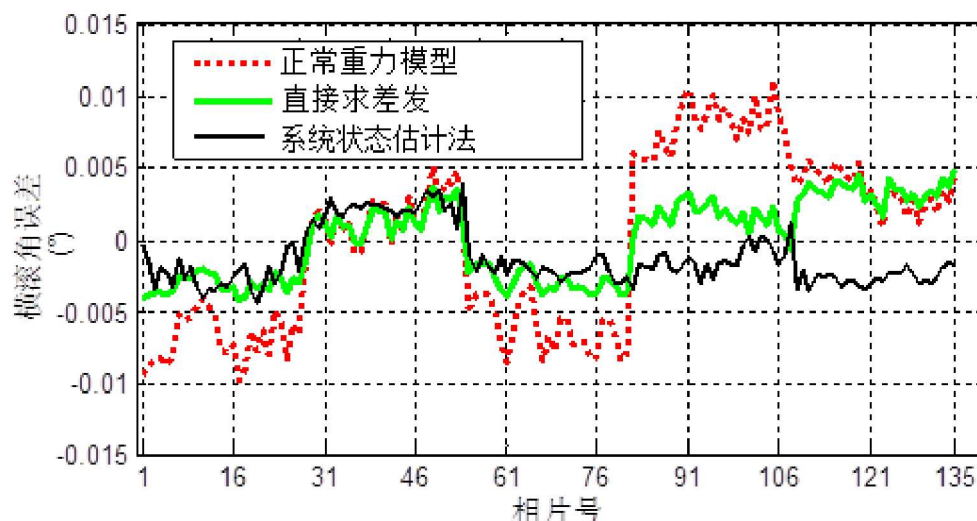


图 4-31 横滚角误差

表 4-50 基于不同重力扰动补偿方法的 SINS/GNSS 位置和姿态精度

照片号	位置(m)/ 姿态(°)	重力扰动补偿方法		
		正常重力模型 (WGS84)	基于直接求差法的 重力扰动补偿	基于系统状态估计 的重力扰动补偿
1~135	纬度	0.0513	0.0498	0.0504
	经度	0.0386	0.0399	0.0395
	高度	0.0373	0.0336	0.0318
	航向	0.0296	0.0289	0.0291
	俯仰	0.0051	0.0046	0.0030
	横滚	0.0059	0.0043	0.0031

从图 4-26~图 4-31 中可以看出, 基于上述三种重力补偿方法(1、正常重力模型—WGS84; 2、基于直接求差法的重力扰动补偿; 3、基于系统状态估计的重力扰动补偿)情况下 SINS/GNSS 的位置精度和航向角精度无明显差异; 与之形成鲜明对比的是, 基于系统状态估计的重力扰动补偿方法情况下, SINS/GNSS 的俯仰角和横滚角精度明显高于其他两种重力补偿方法。从表 4-50 中可以定量地得出, 基于上述三种重力补偿方法情况下 SINS/GNSS 位置精度的差异在 0.01m (cm 级) 以下; 航向角精度十分接近, 均接近于 0.029° 。但是基于系统状态估计的重力扰动补偿情况下, SINS/GNSS 俯仰角的精度达到 0.0030° , 较其他两种重力补偿方法(1 和 2) 有 0.0021° (7.56 角秒)和 0.0016° (5.76 角秒)的精度提升, 提升幅度分别达到 41.17%和 34.78%; SINS/GNSS 横滚角的精度达到 0.0031° , 较其他两种重力补偿方法(1 和 2) 有 0.0028° (10.08 角秒)和 0.0012° (4.32 角秒)的精度提升, 提升幅度分别达到 47.45%和 27.90%。以上得到的实验结果与理论分析是相符合的: GNSS 作为 SINS/GNSS 的量测更新信息对 SINS/GNSS 的定位误差进行周期性地纠正, 故 SINS/GNSS 的位置精度受重力扰动的影响不明显; 另外, 众所周知 SINS/GNSS 航向角的精度主要受陀螺漂移误差的影响, 而水平姿态角(俯仰角和横滚角)的精度主要取决于加速度计偏置误差的大小。在 SINS/GNSS 导航计算中, 对当地的重力扰动进行精确补偿后, 相当于减小了加速度计的偏置误差, 从而提高了 SINS/GNSS 的水平姿态角的精度。

第五章 总结

基于 SINS/GNSS 的航空重力仪以飞机为载体能够快速、大范围地测量区域和局部重力场。SINS/GNSS 的精度主要由器件精度决定，但是器件精度的提升往往耗费巨大。因此，在已有器件的情况下，通过采用各种有效的方法减小 SINS/GNSS 的误差，最大限度挖掘 SINS/GNSS 的潜在精度，是十分必要和有意义的。本报告的研究总结如下：

(1) 开展了 SINS/GNSS 高精度误差建模的研究。传统误差模型忽略了惯性器件标定残差及简化了误差源模型，进而影响了 SINS/GNSS 的测量精度。本文在 15 维传统误差模型的基础上，考虑刻度因子误差和安装误差的标定残差，使用随机常值和一阶马尔科夫过程表示陀螺的随机漂移和加速度计的随机偏置，并且顾及到重力扰动以及空间同步误差，建立了一个 45 维的高阶误差模型，最后进行 SINS/GNSS 与载荷的联合飞行实验，结果验证了该模型的准确性和实用性。但是，基于构建的 SINS/GNSS 的高阶误差模型采用 Kalman 滤波方法进行数据融合处理时，将模型噪声假设为高斯白噪声，在真实情况下 SINS/GNSS 误差模型通常具有一定程度的非线性，并且模型噪声不全是高斯白噪声，因此，下一步研究基于高阶误差模型的 SINS/GNSS 非线性非高斯滤波方法很有必要。

(2) 开展了 SINS/GNSS 的高精度重力补偿方法研究。针对 SINS/GNSS 导航计算中忽略了重力扰动对导航结果的影响，提出了一种重力扰动测量方法，利用直接求差法获取一定精度的重力扰动值并建立一个合适的重力扰动模型，并基于此模型通过 Kalman 滤波器获得重力扰动的最优估计值。SINS/GNSS 与载荷的联合飞行实验结果表明，提出的重力扰动测量方法的 SINS/GNSS 水平姿态精度有明显提高。但是需要指出，本报告中飞行实验选取的测区地形较为平坦且重力扰动相对较小，因此将来需要在地形崎岖且重力扰动较大的测区进行实验，以验证提出的重力扰动补偿方法的性能。

致 谢

本报告的研究工作至始至终是在合作导师黄智龙研究员的悉心指导下完成的,在此我向黄老师表示由衷的感谢。黄老师渊博的知识、对科学研究独到的见解和精辟的阐述以及对科学问题精准的凝练能力都让我受益匪浅。黄老师的正直人品、极其严谨的治学态度和奉献精神令我万分敬仰。在生活上,黄老师对我十分关心,在我遇到的困难时,黄老师慷慨无私地给予我帮助,令我感动不已。黄老师的高尚品格和人格魅力将在我今后的人生中时刻给予我鞭策,激励我不断前行。

在中国科学院地球化学研究所矿床地球化学国家重点实验室工作学习期间,得到了叶霖研究员、罗泰义研究员、朱丹研究员和金中国研究员的指导,在我的博士后研究工作中给予了很多宝贵的意见和建议,并且他们在忙于自己工作的同时,还为我的科研和生活等方面给予了巨大帮助,我向他们表示真挚的感谢。

我还要感谢课题组的何玉璠博士、杜丽娟博士、陈军博士、甘甜博士等的帮助和支持,大家相互鼓励、相互帮助,一起共度难关,在即将出站之际,向他们表示真诚的感谢和祝福!

最后,我要特别感谢我的爸爸、妈妈以及妻子和女儿,他们给予的宽容、理解、鼓励和支持伴随我克服了学习和工作中的种种困难,向他们表示最诚挚的敬意。

陈霖周廷

主要参考文献

- [1] 袁建平, 方群, 郑愕. GPS 在飞行器定位导航中的应用[M]. 西安 西北工业大学出版社, 2000.
- [2] 黄杨明. 高精度捷联式航空重力仪误差估计方法研究[D]. 国防科学技术大学, 2013.
- [3] 李建成. 地球重力场的意义及其在地球科学中的作用[J]. 地理教育, 2012(Z2):1.
- [4] 郭东美, 鲍李峰, 许厚泽. 基于 EIGEN -6C2 重力场模型反演青藏高原地壳结构[J]. 地球科学(中国地质大学学报), 2015, 40(10):1643 -1652.
- [5] 孙和平, 徐建桥, 江利明, 刘根友, 郑勇, 闫昊明, 鲍李峰, 胡小刚, 周江存. 现代大地测量及其地学应用研究进展[J]. 中国科学基金, 2018, 32(02):131 -140.
- [6] Schwarz K P, Colombo O L, Hein G. Requirements for Airborne Vector Gravimetry[M]. New York, Springer, 1992.
- [7] 杨文采. 探测大陆岩石圈的属性、相态与物质运动: 固体地球物理学的新使命[J]. 地质论评, 2014, 60(06):1181 -1198.
- [8] 丁剑, 许厚泽, 章传银. 基于大地水准面经典定义的地球重力场模型评价[J]. 中国科学院大学学报, 2016, 33(04):528 -536.
- [9] 杨剑. 滇西北銜金多金属矿床综合地球物理勘探模式研究[D]. 成都理工大学, 2016.
- [10] 黄谟涛, 翟国君, 管铮. 海洋重力场测定及其应用[M]. 测绘出版社, 2005.
- [11] 王宝仁, 徐公达. 高精度重力测量[M]. 地质出版社, 1995.
- [12] 曾华霖. 重力场与重力勘探[M]. 地质出版社, 2005.
- [13] 孙中苗. 航空重力测量理论、方法及应用研究[D]. 解放军信息工程大学, 2004.
- [14] 杨胜. 小型高精度机载位置姿态测量系统关键技术及实验研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2010
- [15] POSAV Specifications [EB/OL]. <http://www.applanix.com/media/downloads/products/specs/POSAV%20Specs.pdf>
- [16] IPAS20 Brochure[EB/OL]. <http://www.leica-geosystems.com/common/shared/download-s/inc/downloader.asp?id=6565>, 2008 -04-30
- [17] AEROcontrol Brochure[EB/OL]. <http://ecoyote.com/aerocontrol.htm>
- [18] 刘百奇. 机载高分辨率实时 SAR 运动补偿用 SINS/GPS 组合导航系统技术研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008
- [19] 韩晓英. 高精度机载光纤陀螺 POS 误差补偿与对准方法及实验研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2013
- [20] 康泰钟. 惯性/卫星组合导航系统高精度快速抗扰动初始对准方法研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2013
- [21] Kang Taizhong, Fang Jiancheng. Quaternion -Optimization -Based In -Flight Alignment Approach for Airborne POS[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(11): 3916-2923
- [22] Kang Taizhong, Fang Jiancheng. In -Flight Calibration Approach Based on Quaternion Optimization for POS Used in Airborne Remote Sensing[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(11): 2882 -2889
- [23] Li Jianli, Fang Jiancheng. Kinetics and Design of a Mechanically Dithered Ring Laser Gyroscope Position and Orientation System [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and

- Measurement, 2013, 62(1): 210 -220
- [24] Li Jianli, Jiao Feng, Fang Jiancheng. Integrated Calibration Method for Dithered RLG POS Using a Hybrid Analytic/Kalman Filter Approach[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(12): 3333 -3342
- [25] Li Jianli, Jiao Feng, Fang Jiancheng. Temperature Error Modeling of RLG Based on Neural Network Optimized by PSO and Regularization[J]. IEEE Sensors Journal, 2014, 14(3): 912 -919
- [26] Li Jianli, Fang Jiancheng. Error Analysis and Gyro -Bias Calibration of Analytic Coarse Alignment for Airborne POS[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2012, 61(11): 3058 -3064
- [27] Knudson L. Performance Accuracy(Truth Model/Error Budget) Analysis for the LN -93 Inertial Navigation Unit [R]. Technical Report, Litton Guidance and Control Systems, January 1985. DID No. EI -S-21433 B/T:CDRL No. 1002
- [28] Lewantowicz, Z. H. and Danny W. Keen. Graceful Degradation of GPS/INS Performance with Fewer Than Four Satellites [C]. The institute of Navigation, National Technical Meeting, Jan, 1991
- [29] Evans, C.D. and Riggins, R., The design and analysis of integrated navigation systems using real INS and GPS data[C]. NAECON: Aerospace and Electronics Conference, 1995: 154 -160
- [30] Mohinder S. Grewal, Lawrence R. Weill, Angus P. Andrews. Global positioning systems, inertial navigation, and integration [M]. New York : John Wiley, 2001
- [31] Inertial Explorer Manual [EB/OL]. <http://www.novatel.com/support/info/document>
- [32] Erik L. The Applanix Approach to GPS/INS Integration[C]. Photogrammetric Week 99, Heidelberg, 1999: 53 -57
- [33] Mohamed Mostafa, Joe Hutton, Blake Reid. GPS/IMU products -the Applanix approach[C]. Photogrammetric Week 01, Heidelberg, 2001: 63 -83
- [34] 邱宏波, 周章华, 李延. 光纤捷联惯导系统高阶误差模型的建立与分析[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(5): 530 -535
- [35] 孙红星, 袁修孝, 付建红. 航空遥感中基于高阶 INS 误差模型的 GPS/INS 组合定位定向方法[J]. 测绘学报, 2010, 25(6): 714-719
- [36] George M., Gravity modeling in aerospace applications[J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13(6): 301 -315
- [37] Kopcha P. D., NGA Gravity Support for Inertial Navigation[C]. 60th Annual Meeting of the Institute of Navigation, Dayton, Ohio, USA, 2004
- [38] Kriegsmann B. A., Mahar K. B. Gravity -Model Errors in Mobile Inertial -Navigation Systems[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1986, 9(3): 312 -318
- [39] Jay Hyoun Kwon, Gravity Compensation Methods for Precision INS[C]. 60th Annual Meeting of the Institute of Navigation, Dayton, Ohio, USA, 2004: 483 -490
- [40] Nash Raymond A. Effect of Vertical Deflections and Ocean Currents on a Maneuvering Ship [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1968, 4(5): 719 -727
- [41] Uri Bernstein, Richard I. Hess. The Effects of Vertical Deflections on Aircraft Inertial Navigation Systems[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1976, 14(10): 1377 -1381
- [42] Moritz H. Least -square Collocation as a Gravitational Inverse Problem[R]. USO report, 1978, No.277
- [43] L. Shaw, I. Paul, P. Henrikson. Statistical Models for the Vertical Deflection from Gravity -Anomaly Models[J]. Journal of Geophysical Research. Part B: Solid Earth, 1969, 74(17): 4259-4265

- [44] Nash R. The estimation and control of terrestrial inertial navigation system errors due to vertical deflections[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1968, 13(4): 329 -338
- [45] Tscherning C. C. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models[R]. Scientific Interim Report Ohio State Univ., 1974
- [46] Rene Forsberg. A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling[R]. Scientific Report, 1984, No.5
- [47] Jf. Kasper Jr. A second -order Markov gravity anomaly model[J]. Journal of Geophysical Research. Part B: Solid Earth, 1971, 76(32): 7844 -7849
- [48] Stanley K. Jordan. Self -Consistent Statistical Models for the Gravity Anomaly, Vertical Deflections, and Undulation of the Geoid[J]. Journal of Geophysical Research. Part B: Solid Earth, 1972, 77(20): 3660 -3670
- [49] Schwarz K. P. Gravity Induced Position Errors in Airborne Inertial Navigation[R]. Report, Department of Geodetic Science and Surveying, University, 1981, No.326
- [50] Eissfeller B. Shaping filter design for the anomalous gravity field by means of spectral factorization[J]. Manuscripts Geodaetica, 1989, 14: 183 -192
- [51] Jordan, S.K. Establishing requirements for gravity surveys for very accurate inertial navigation[J]. Deep Sea Research Part B. Oceanographic Literature Review, 1987, 34(11): 1005-1006
- [52] N. C. Thong. Gravity Field Modelling for INS[C]. International Association of Geodesy Symposia, Alberta, Canada, 1991, 107: 523 -532
- [53] Jekeli C. Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications [M]. Walter de Gruyter, 2001
- [54] Grejner-Brzezinska D. A, Wang J. Gravity Modeling for High -Accuracy GPS/INS Integration [J]. Navigation, 1998, 45(3): 209 -220.
- [55] Grejner-Brzezinska D. A, Charles Toth. On Improving Navigation Accuracy of GPS/INS Systems[J]. Navigation, 2005, 71(4): 377 -389
- [56] Kwon, J.H. Gravity Compensation Methods for Precision INS [C]. 60th Annual Meeting of the Institute of Navigation, Dayton, Ohio, USA , 2004: 483 - 490
- [57] Bruton, A.M. Improving the Accuracy and Resolution of SINS/DGPS Airborne Gravimetry[D]. PhD Dissertation, Department. Geomatics. Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, 2000
- [58] Kwon J.H., Jekeli C.. The effect of stochastic gravity models in airborne vector gravimetry [J]. Geophysics, 2002, 67(3): 770 -776
- [59] George M. Gravity modeling in aerospace applications[J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13(6): 301 -315
- [60] 董绪荣, 宁津生. 惯性定位中扰动重力矢量的影响[J]. 中国惯性技术学报, 1991, 2: 50 -55
- [61] 李卓, 闫海蛟. 中国海及领域重力异常的惯性系统误差分析[J]. 青岛大学学报, 2004, 17(3): 20-25
- [62] 陈永冰, 边少锋. 重力异常对平台式惯性导航系统误差的影响分析[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 31(6): 21 -25
- [63] 李斐, 束蝉方. 高精度惯性导航系统对重力场模型的要求[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2006, 32(2): 508 -511
- [64] 吴太旗, 边少锋. 重力场对惯性导航定位误差影响研究与仿真[J]. 测绘科学技术学报, 2006, 23(5): 341 -344

- [65] 金际航, 边少锋. 重力扰动对惯性导航系统的位置误差影响分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010, 35(1): 30 -32
- [66] 房建成, 周锐, 祝世平. 捷联惯导系统动基座对准的可观测性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(6): 714 -719
- [67] 吴海仙, 俞文伯, 房建成. 高空长航时无人机 SINS/CNS 组合导航系统仿真研究[J]. 航空学报, 2006, 27(2): 299 -304
- [68] 张延顺, 房建成. 小型动调陀螺随机误差建模与滤波方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(7): 1286 -1289
- [69] 杨国梁, 王玮, 徐焯烽, 冯培德. 旋转调制式激光捷联惯导安装误差分析与标定[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(2): 302 -308
- [70] Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Std 952 IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single -Axis Interferometric Fiber Optic Gyros[S]. New York: 1999
- [71] 徐清雷, 韩冰, 邓正隆. 激光陀螺捷联惯性组合的全温度标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(16): 4 -12
- [72] Han Songlai, Wang Jinling. Quantization and Colored Noises Error Modeling for Inertial Sensors for GPS/INS Integration[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(6): 1493 -1503
- [73] Naoyuki Tamaru, Hanako Sato, Minae Tokumitsu. Novel Estimation Method of Current State Variables for Time Delay System Using a Kalman Filter with Dual Models -Influence of Modeling Error [C]. IEEE Industrial Electronics Society, Nagoya, Japan, 2000, 2: 789 -794
- [74] Chapin D. Gravity instruments: Past, present, future[J]. The Leading Edge, 1998, 17(1): 100 -112
- [75] Sameh N, Klaus -peter S. Modeling Inertial Sensor Errors Using Autoregressive(AR) Models[J]. Navigation, 2004, 51(4): 259 -268
- [76] Han-Wen Hsu, Chi -Min Liu. Autoregressive Modeling of Temporal/Spectral Envelopes With Finite-Length Discrete Trigonometric Transforms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(7): 3692 -3075
- [77] Chengpu Yu, Cishen Zhang, and Lihua Xie. Blind Identification of Multi -Channel ARMA Models Based on Second -Order Statistics[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(8): 4415 -4420
- [78] Philip Tamburello, Lamine Mili. Robustness Analysis of the Phase -Phase Correlator to White Impulsive Noise With Applications to Autoregressive Modeling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(11): 6053 -6057
- [79] David H. Titterton, John L. Weston. Strapdown Inertial Navigation Technology[M]. UK: Herts, 2004
- [80] Jekeli C. Airborne vector gravimetry using precise, position -aided inertial measurement units[J]. Bulletin Geodesique, 1994, 69(1): 1 -11
- [81] Khot L.R, Tang L. Time Series Forecasting Energy -efficient Organization of Wireless Sensor Networks [J]. Sensors, 2007, 7(9): 1766 -1792
- [82] Lan Du, Hongwei Liu. Radar HRRP Statistical Recognition: Parametric Model and Model Selection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 1931 -1943
- [83] Boaz Nadler. Nonparametric Detection of Signals by Information Theoretic Criteria: Performance Analysis and an Improved Estimator[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2746 -2756

附 件

作者简介

一、个人基本情况

姓名：陈霖周廷，男，1981 年 10 月生，籍贯：浙江青田；学位：博士；副教授，从事航空重力测量等方面研究工作。

二、学习工作经历

1999.9-2003.7 贵州工业大学 攻读学士学位 计算机科学与技术

2003.9-2006.6 武汉大学 攻读硕士学位 模式识别与智能系统

2009.9-2014.7 北京航空航天大学 在职攻读博士学位 导航仪器与系统技术

2006.6 ~ 2015.5 贵州大学 讲师

2015.6 ~ 至今 贵州理工学院 副教授

通讯地址

贵州省贵阳市云岩区蔡关路 1 号贵州理工学院主楼 13 层 邮编：550003

贵州理工学院航空航天工程学院

电话：13385107111

E-Mail:chenlzt@163.com

博士后期间承担科研项目和课题

博士后期间，作为项目负责主持科研项目 3 项：

2018-2021 年，国家自然科学基金地区项目，第一负责人；

2017-2020 年，贵州省科技基础计划项目，第一负责人；

2018-2022 年，贵州省无人机应急减灾信息化工程研究中心，第一负责人。

博士后期间发表论文及专著

一、发表论文

1. Chen, L., Liu, Z., & Fang, J. (n.d.). An Accurate Motion Compensation for SAR Imagery based on INS/GPS with Dual-filter Correction. Journal of Navigation, 1-18. doi:10.1017/S0373463319000365
2. L. Chen and Q. Mu, "A Novel Disturbance Estimation and Compensation Approach Applied to Three-Axis Inertially Stabilized Platform," 2018 2nd IEEE Advanced Information Management, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC), Xi'an, 2018, pp. 1420 -1428.
3. 陈霖周廷, 穆全起. 基于简单观测器的惯性稳定平台干扰估计与补偿方法研究[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2018, 40(04): 23 -27.
4. 陈霖周廷. 航空遥感 SINS/GNSS 组合导航系统的可观测度分析[J]. 现代制造技术与装备, 2018(03):37 -38..

二、专著

1. 《航空遥感位置姿态测量系统误差处理方法研究》，西北工业大学出版社，第一主编，2018.

声 明

本人声明所呈交的博士后出站报告是我个人和合作导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中国科学院地球化研究所或其他教育机构和科研单位的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确说明并表示了谢意。

签名：_____日期：_____年____月____日

关于博士后出站报告使用授权说明

本人完全了解中国科学院地球化学研究所有关保留、使用博士后出站报告的规定，即中国科学院地球化学研究所有权保留送交博士后出站报告的复印件，允许博士后研究报告被查阅和借阅；中国科学院地球化学研究所可以公布博士后研究报告的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究报告。

公开 保密（_____年）（保密的论文在解密后应遵守此规定）

博士后签名：_____

合作导师签名：_____

日期：_____年____月____日