

文章编号: 1001-1986(2015)02-0086-05

关于薄层与单界面模型弹性反射透射系数的讨论

张 川¹, 杨 春², 王 赞¹

(1. 中国科学院地球化学研究所, 贵州 贵阳 550002;

2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘要: 在均匀各向同性水平层状介质假设下, 采用位移与位移位两种不同的平面波表示方式, 推导了层状介质的传播矩阵; 并对层状模型逐步简化, 依次给出了薄层、单阻抗界面纵波入射时的反射、透射系数公式, 指出了位移与位移位函数这两种不同形式下各公式的异同和适用条件, 对于薄层地震反演精度的提高具有一定的指导作用。

关键词: 位移位; 位移; 层状介质; 传播矩阵; 薄层; 单界面

中图分类号: P631.4; P618.13 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-1986.2015.02.018

Discussion on elastic reflection and transmission coefficients of thin-bed and single interface models

ZHANG Chuan¹, YANG Chun², WANG Yun¹

(1. Institute of Geochemistry, Chinese Academy of Sciences, Guiyang 550002, China;

2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

Abstract: By using displacement and displacement potential functions of plane waves respectively, this paper derives the corresponding propagation matrixes in case of isotropic horizontal layered media, and then simplifies the model to obtain the corresponding reflection and transmission coefficients in thin bed and differential interface of single impedance. The suitable conditions and the difference between formulas (the propagation matrixes, or, the reflection and transmission coefficients) corresponding to displacement and displacement potential were pointed out respectively, which will be helpful to improve the precision of seismic inversion.

Key words: displacement potential function; displacement; layered media; propagation matrix; thinbed; single interface

随着我国化石能源勘探开发的深入发展, 薄层的地震预测与反演成为研究难点与热点, 以多波为研究对象的弹性波波场模拟和阻抗反演受到越来越多的关注。因此, 基于均匀各向同性介质假设的 Zoeppritz 方程及其各种形式的近似公式、层状介质的传播矩阵理论被大量的引用和重提^[1-6], 并开始更多地侧重于非单纯纵波的入射、透射及波型转换。

近十年来, 国内外对于单界面与薄层反射特征的差异已经有了足够的重视和认识^[7-10]。但目前的商业反演软件和生产单位依然使用单界面的反、透射系数公式来反演薄层反射或进行 AVO/A 特征分析。

理论上, 基于均匀各向同性层状介质假设的传播矩阵理论在不考虑各向异性的条件下可以模拟任意水平的厚、薄互层的介质波场, 在特殊情况下可

以蜕化适应单薄层的波场模拟; 在薄层厚度为零时, 可以进一步退化为单界面情形, 从而变为与 Zoeppritz 方程相同的公式。但实际上, 由于 Zoeppritz 方程与传播矩阵推导过程中存在 2 种平面波函数假设的方式: 位移位或位移, 会出现 2 种不同的结果, 分别对应 Knott 方程与 Zoeppritz 方程。但在近年来的相关研究文献^[2,5,7] 查阅中发现有些作者并没有注意到这些细微的差别, 从而造成了公式使用的混乱和不满足假设条件。地震波的位移函数与位移位函数具有相同的表达形式, 但代表的意义不同。在现有的薄层研究中, 前人都采用了位移位函数^[1-7], 退化为单界面时与 Zoeppritz 近似公式对比, 由于所得的反射系数 R_{PP} 恰好与 Zoeppritz 近似公式一致, 由此忽略采用波函数的差异造成了其他 3 个反、透射

收稿日期: 2013-10-16

基金项目: 杰出青年基金项目(41425017); 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2014CB440905); 矿床地球化学国家重点实验室“十二五”项目群(SKLOGD-ZY125-01)。

作者简介: 张川(1988—), 男, 江西萍乡人, 硕士研究生, 从事地球物理建模与探矿模式研究。E-mail: yangchunanhui@163.com

引用格式: 张川, 杨春, 王赞. 关于薄层与单界面模型弹性反射透射系数的讨论[J]. 煤田地质与勘探, 2015, 43(2): 86-90.

系数的不同,可能产生错误。故本文在分析位移与位移函数的基础上,具体分析对比了两种形式波函数对应的层状介质传播矩阵及薄层公式,并给出薄层公式退化为单界面的公式,方便读者正确引用。

1 层状介质的反射与透射

1.1 层状介质的传播矩阵

模型如图 1 所示,考虑二维水平层状介质,共 n 层介质, $n-1$ 个界面。设各层的参数均为已知,第 i 层的纵横波速度、密度和厚度分别为 v_{pi} 、 v_{si} 、 ρ_i 和 h_i ,在其中传播的纵波的波射线与法线的夹角为 α_i ,横波的波射线与法线夹角为 β_i 。

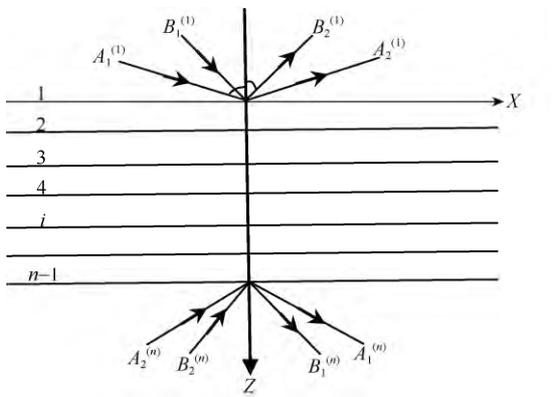
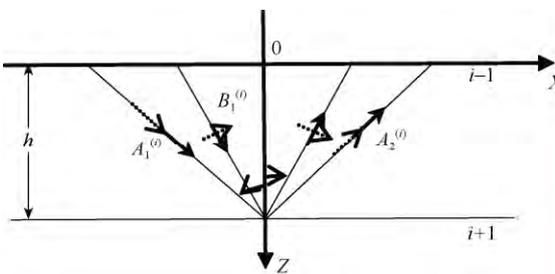


图 1 层状介质模型示意图
Fig.1 A diagram of layered media model



→ 指示波的传播方向; ···→ 指示波的振动正方向^[11]

图 2 任意层(第 i 层)波的传播情况

Fig.2 Waves in a random layer (the i th layer)

建立如图 2 所示的坐标系,则可设第 i 层中各波的位移函数为:

$$\begin{cases} \varphi_1^{(i)} = A_1^{(i)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon_{pi}x + d_i z)]\} \\ \psi_1^{(i)} = B_1^{(i)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon_{si}x + s_i z)]\} \\ \varphi_2^{(i)} = A_2^{(i)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon_{pi}x - d_i z)]\} \\ \psi_2^{(i)} = B_2^{(i)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon_{si}x - s_i z)]\} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\varphi_1^{(i)}$ 为第 i 层中下行纵波的位移函数; $\varphi_2^{(i)}$ 为第 i 层中上行纵波的位移函数; $\psi_1^{(i)}$ 为第 i 层中下行横波的位移函数; $\psi_2^{(i)}$ 为第 i 层中上行横波的位移函数; $A_1^{(i)}$ 为第 i 层中下行纵波的位移振幅; $A_2^{(i)}$ 为第

i 层中上行纵波的位移振幅; $B_1^{(i)}$ 为第 i 层中下行横波的位移振幅; $B_2^{(i)}$ 为第 i 层中上行横波的位移振幅; ω 为圆频率; k_{pi} 为第 i 层中纵波波数; ε_{pi} 为纵波的水平波数; d_i 为纵波的垂向波数; k_{si} 为第 i 层中横波波数; ε_{si} 为横波的水平波数; s_i 为横波的垂向波数; 振幅下标 1 表示下行波,下标 2 表示上行波。

设第 i 层的厚度为 h (为简单起见以下第 i 层的参数都暂略去标记 i),计算当 $z = h$ 时(即第 i 层底面)的位移和应力值,并记为 $[u^{(i)}, w^{(i)}, \sigma_{zz}^{(i)}, \sigma_{zx}^{(i)}]^T$, 令

$P = dh$ 、 $Q = sh$, 整理可得:

$$\begin{bmatrix} u^{(i)} \\ w^{(i)} \\ \sigma_{zz}^{(i)} \\ \sigma_{zx}^{(i)} \end{bmatrix} = (B_{ij}) \begin{bmatrix} A_1^{(i)} + A_2^{(i)} \\ A_1^{(i)} - A_2^{(i)} \\ B_1^{(i)} - B_2^{(i)} \\ B_1^{(i)} + B_2^{(i)} \end{bmatrix} \exp[j(\omega t - \varepsilon x)] \quad (2)$$

其中

$$(B_{ij}) = \begin{bmatrix} \sin \alpha \cos P & -j \sin \alpha \sin P \\ -j \cos \alpha \sin P & \cos \alpha \cos P \\ -j \rho \omega v_p \cos 2\beta \cos P & -\rho \omega v_p \cos 2\beta \sin P \\ -\rho \omega \frac{v_s^2}{v_p} \sin 2\alpha \sin P & -j \rho \omega \frac{v_s^2}{v_p} \sin 2\alpha \cos P \\ -j \cos \beta \sin Q & \cos \beta \cos Q \\ -\sin \beta \cos Q & j \sin \beta \sin Q \\ \rho \omega v_s \sin 2\beta \sin Q & j \rho \omega v_s \sin 2\beta \cos Q \\ -j \rho \omega v_s \cos 2\beta \cos Q & -\rho \omega v_s \cos 2\beta \sin Q \end{bmatrix}$$

显然,式(2)对第 i 层中介于 0 到 h 间的任何深度都成立。特殊情况,当 $z = 0$ 时, $P = 0$ 、 $Q = 0$,代入 $h = 0$ 可以得到此时第 i 层顶面(即第 $i-1$ 层底面)的位移和应力值,即 $[u^{(i-1)}, w^{(i-1)}, \sigma_{zz}^{(i-1)}, \sigma_{zx}^{(i-1)}]^T$, 可建立关系式:

$$\begin{bmatrix} A_1^{(i)} + A_2^{(i)} \\ A_1^{(i)} - A_2^{(i)} \\ B_1^{(i)} - B_2^{(i)} \\ B_1^{(i)} + B_2^{(i)} \end{bmatrix} e^{j(\omega t - \varepsilon x)} = (b_{ij}) \begin{bmatrix} u^{(i-1)} \\ w^{(i-1)} \\ \sigma_{zz}^{(i-1)} \\ \sigma_{zx}^{(i-1)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:

$$(b_{ij}) = [(B_{ij})_{P=0, Q=0}]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2 \sin^2 \beta}{\sin \alpha} & 0 & \frac{j}{\rho \omega v_p} & 0 \\ 0 & \frac{\cos 2\beta}{\cos \alpha} & 0 & \frac{j \sin \alpha}{\rho \omega v_p \cos \alpha} \\ 0 & -2 \sin \beta & 0 & \frac{j}{\rho \omega v_s} \\ \frac{\cos 2\beta}{\cos \beta} & 0 & -\frac{j \sin \alpha}{\rho \omega v_p \cos \beta} & 0 \end{bmatrix}$$

将式(3)代入式(2), 则可建立第 $i-1$ 层底面与第 i 层顶面的位移和应力关系:

$$\begin{bmatrix} u^{(i)} \\ w^{(i)} \\ \sigma_{zz}^{(i)} \\ \sigma_{zx}^{(i)} \end{bmatrix} = (a_{ij}^{(i)}) \cdot \begin{bmatrix} u^{(i-1)} \\ w^{(i-1)} \\ \sigma_{zz}^{(i-1)} \\ \sigma_{zx}^{(i-1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{44} = 2 \sin^2 \beta \cos P + \cos 2\beta \cos Q; \\ a_{12} &= a_{34} = -j(\tan \alpha \cos 2\beta \sin P - \sin 2\beta \sin Q); \\ a_{13} &= a_{24} = \frac{j \sin \alpha}{\rho \omega v_p} (\cos P - \cos Q); \\ a_{14} &= \frac{1}{\rho \omega v_s} (\tan \alpha \sin \beta \sin P + \cos \beta \sin Q); \\ a_{21} &= a_{43} = -j \left(\frac{v_s \cos \alpha}{v_p \cos \beta} \sin 2\beta \sin P - \tan \beta \cos 2\beta \sin Q \right); \\ a_{22} &= a_{33} = \cos 2\beta \cos P + 2 \sin^2 \beta \cos Q; \\ a_{23} &= \frac{1}{\rho \omega v_p} (\cos \alpha \sin P + \tan \beta \sin \alpha \sin Q); \\ a_{31} &= a_{42} = 2j \rho \omega v_s \sin \beta \cos 2\beta (\cos Q - \cos P); \\ a_{32} &= -\rho \omega \left(\frac{v_p \cos^2 2\beta}{\cos \alpha} \sin P + 4v_s \cos \beta \sin^2 \beta \sin Q \right); \\ a_{41} &= -\rho \omega v_s \left(\frac{4v_s \sin^2 \beta \cos \alpha}{v_p} \sin P + \frac{\cos^2 2\beta}{\cos \beta} \sin Q \right). \end{aligned}$$

递推得到第 $n-1$ 层底面与第 1 层底面的位移和应力之间的关系。由于第 $n-1$ 层底面和第 n 层顶面的位移和应力分别相等, 于是得到在第 n 层介质顶面位移和应力等于:

$$\begin{bmatrix} u^{(n)} \\ w^{(n)} \\ \sigma_{zz}^{(n)} \\ \sigma_{zx}^{(n)} \end{bmatrix} = (a_{ij}^{(n-1)}) \cdot (a_{ij}^{(n-2)}) \cdot \dots \cdot (a_{ij}^{(2)}) \begin{bmatrix} u^{(1)} \\ w^{(1)} \\ \sigma_{zz}^{(1)} \\ \sigma_{zx}^{(1)} \end{bmatrix}_{z=0} \quad (5)$$

由式(5)可知, 在层状介质中, 已知任意两层之间所夹层内的纵横波速度、密度、层厚, 入射波频率及入射角, 都可建立这两层的应力、位移关系。

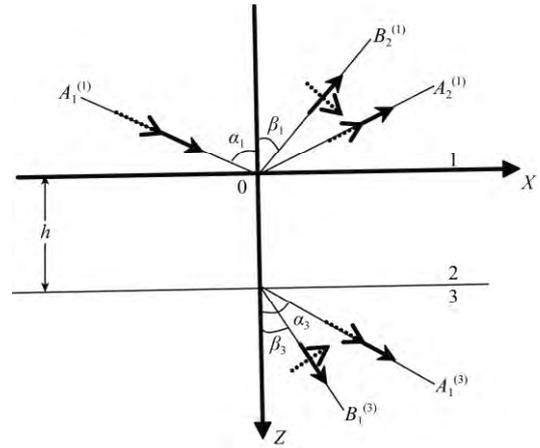
与现有位移传播矩阵方程^[6]对比可知, 位移函数与位移函数对应的层状介质传播矩阵是相同的。

1.2 单薄层情况

对于单薄层模型, 当平面简谐波从第 1 层介质入射时, 其反射、透射情况见图 3。先考虑位移函数情况(相关符号含义与式(1)一致):

第 1 层介质中的纵横波的位移函数分别为:

$$\begin{cases} \varphi_1^{(1)} = A_1^{(1)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon x + d_1 z)]\} \\ \varphi_2^{(1)} = A_2^{(1)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon x - d_1 z)]\} \\ \psi_2^{(1)} = B_2^{(1)} \exp\{j[\omega t - (\varepsilon x - s_1 z)]\} \end{cases} \quad (6)$$



—▶ 指示波的传播方向; - - -▶ 指示波的振动正方向^[11]

图 3 薄层介质中的反射和透射

Fig.3 The reflection and transmission of P-wave in thin bed

第 3 层介质中的纵横波的位移函数分别为:

$$\begin{cases} \varphi_1^{(3)} = A_1^{(3)} \exp[-jd_3(z-h)] \exp[j(\omega t - \varepsilon x)] \\ \psi_1^{(3)} = B_1^{(3)} \exp[-js_3(z-h)] \exp[j(\omega t - \varepsilon x)] \end{cases} \quad (7)$$

第 1 层介质底界面上的位移分量和应力分量为:

利用式(5)建立第 3 层顶界面与第 1 层底界面的位移和应力关系, 并令位移反射、透射系数为:

$$\begin{cases} R_{PP}^{(1)} = \frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}}, R_{PS}^{(1)} = \frac{B_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} \\ T_{PP}^{(1)} = \frac{A_1^{(3)}}{A_1^{(1)}}, T_{PS}^{(1)} = \frac{B_1^{(3)}}{A_1^{(1)}} \end{cases}$$

整理可得单个薄层反透射系数矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{PP}^{(1)} \\ R_{PS}^{(1)} \\ T_{PP}^{(1)} \\ T_{TS}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \\ m_{41} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 \\ \cos \alpha_1 \\ j \rho_1 \omega v_{p1} \cos 2\beta_1 \\ -j \rho_1 \omega \frac{v_{s1}^2}{v_{p1}} \sin 2\alpha_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \\ m_{42} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos \beta_1 \\ -\sin \beta_1 \\ -j \rho_1 \omega v_{s1} \sin 2\beta_1 \\ -j \rho_1 \omega v_{s1} \cos 2\beta_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \\ m_{43} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \alpha_3 \\ \cos \alpha_3 \\ -j \rho_3 \omega v_{p3} \cos 2\beta_3 \\ -j \rho_3 \omega \frac{v_{s3}^2}{v_{p3}} \sin 2\alpha_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} m_{14} \\ m_{24} \\ m_{34} \\ m_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_3 \\ -\sin \beta_3 \\ j\rho_3\omega v_{S3} \sin 2\beta_3 \\ -j\rho_3\omega v_{S3} \cos 2\beta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{PP}^{(1)} \\ R_{PS}^{(1)} \\ T_{PP}^{(1)} \\ T_{TS}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{bmatrix}$$

根据克拉默(Cramer) 法则^[12], 可获得薄层的位移反射、透射系数。

对于位移函数情况也可获得类似矩阵方程

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{PP}^{(2)} \\ R_{PS}^{(2)} \\ T_{PP}^{(2)} \\ T_{PS}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中 $R_{PP}^{(2)}$ 、 $R_{PS}^{(2)}$ 、 $T_{PP}^{(2)}$ 、 $T_{PS}^{(2)}$ 分别为位移反射、透射系数, 且有:

$$\begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{21} \\ h_{31} \\ h_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j\frac{\omega}{v_{P1}} \sin \alpha_1 \\ -j\frac{\omega}{v_{P1}} \cos \alpha_1 \\ \rho_1 \omega^2 \cos 2\beta_1 \\ -\rho_1 \omega^2 \frac{v_{S1}^2}{v_{P1}^2} \sin 2\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{12} \\ h_{22} \\ h_{32} \\ h_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j\frac{\omega}{v_{S1}} \cos \beta_1 \\ j\frac{\omega}{v_{S1}} \sin \beta_1 \\ -\rho_1 \omega^2 \sin 2\beta_1 \\ -\rho_1 \omega^2 \cos 2\beta_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{13} \\ h_{23} \\ h_{33} \\ h_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\frac{\omega}{v_{P3}} \sin \alpha_3 \\ -j\frac{\omega}{v_{P3}} \cos \alpha_3 \\ -\rho_3 \omega^2 \cos 2\beta_3 \\ -\rho_3 \omega^2 \frac{v_{S3}^2}{v_{P3}^2} \sin 2\alpha_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h_{14} \\ h_{24} \\ h_{34} \\ h_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\frac{\omega}{v_{S3}} \cos \beta_3 \\ -j\frac{\omega}{v_{S3}} \sin \beta_3 \\ -\rho_3 \omega^2 \sin 2\beta_3 \\ \rho_3 \omega^2 \cos 2\beta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -j\frac{\omega}{v_{P1}} \sin \alpha_1 \\ -j\frac{\omega}{v_{P1}} \cos \alpha_1 \\ -\rho_1 \omega^2 \cos 2\beta_1 \\ -\rho_1 \omega^2 \frac{v_{S1}^2}{v_{P1}^2} \sin 2\alpha_1 \end{bmatrix}$$

对比所得到的位移反射系数与位移透射系数, 则有:

$$\begin{cases} R_{PP}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{P1}} R_{PP}^{(2)} \\ R_{PS}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{S1}} R_{PS}^{(2)} \\ T_{PP}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{P3}} T_{PP}^{(2)} \\ T_{PS}^{(1)} = -\frac{v_{P1}}{v_{S3}} T_{PS}^{(2)} \end{cases}, \quad (10)$$

上式说明: 位移反射、透射系数(上角标为 1)与位移透射、透射系数(上角标为 2)相差速度比关系(数值比值为相应速度比), 尤其透射 PS 系数相差负速度比关系(数值比值为相应速度比取负)。负号主要是由振动正方向的确定和位移公式求取位移方向的差异造成的。

对于薄层特例进一步特殊化, 设定第二层厚度 $h=0$, 即获得单界面模型。式(8)和式(9)分别退化成薄层顶、底介质形成的单界面反射、透射矩阵方程, 与 Zoeppritz 方程和 Knott 方程一致, 也证实了薄层公式的正确性。

2 薄煤层反射与透射

设定如下薄煤层模型参数如表 1。

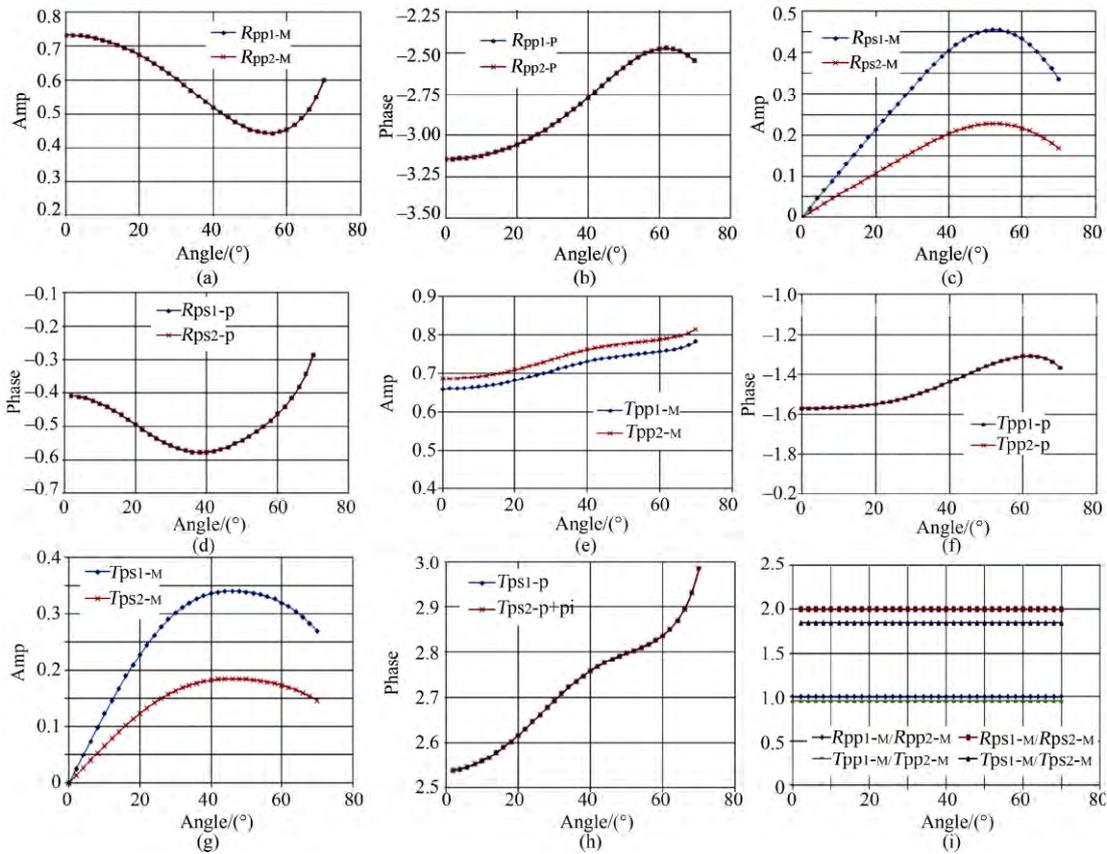
表 1 煤层模型参数
Table 1 Parameters of coal

岩性	$V_p/(m \cdot s^{-1})$	$V_s/(m \cdot s^{-1})$	Density/($g \cdot m^{-3}$)
砂质泥岩	2 400	1 200	2.600
煤	1 800	800	1.400
泥岩	2 500	1 300	2.650

设定煤层厚度为 9 m, 入射角为 $0^\circ \sim 70^\circ$, 考察频率为 50 Hz 情况下的位移与位移透射、透射情况, 如图 4。位移与位移透射系数的模对比可知: 除 R_{PP} 外, 其他反射、透射系数都不相等, 且位移 R_{PS} 、 T_{PS} 都要比相应位移透射的值大。据图 4i 可知, 分别约为位移透射情况下的 2 倍(等于 $\frac{v_{P1}}{v_{S1}}$)和 1.846 倍(等于 $\frac{v_{P1}}{v_{S3}}$); 位移 T_{PP} 小于位移透射 T_{PP} , 约为 0.96 倍(等于 $\frac{v_{P1}}{v_{P3}}$)。相位对比可知: 位移与位移透射系数 R_{PP} 、 R_{PS} 、 T_{PP} 都是相等的, 对于透射系数 T_{PS} , 位移与位移透射相差 π , 即上面所提到的 T_{PS} 相差负速度比关系。

3 结语

在论述平面波函数采用位移与位移透射两种表示



a— R_{PP} 的模(1 为位移情况, 2 为位移位情况); b— R_{PP} 的相位; c— R_{PS} 的模; d— R_{PS} 的相位; e— T_{PP} 的模; f— T_{PP} 的相位; g— T_{PS} 的模; h— T_{PS} 的相位; i—模的比值。

图 4 薄煤层位移与位移位反射、透射系数的对比

Fig.4 Comparison of displacement and displacement potential, reflection/transmission coefficients of thin seam

方式的基础上, 推导出两种函数形式的层状介质传播矩阵。

a. 位移函数与位移位函数两种情况下的传播矩阵相同。

b. 薄层位移反透射系数(上角标 1 表示)及位移反射、透射系数(上角标 2 表示)存在速度比关系:

$$R_{PP}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{P1}} R_{PP}^{(2)} ; R_{PS}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{S1}} R_{PS}^{(2)} ; T_{PP}^{(1)} = \frac{v_{P1}}{v_{P3}} T_{PP}^{(2)} ;$$

$$T_{PS}^{(1)} = -\frac{v_{P1}}{v_{S3}} T_{PS}^{(2)} .$$

其中, v_{P1} 、 v_{S1} 分别为薄层顶部围岩纵波、横波速度; v_{P3} 、 v_{S3} 分别为薄层底部围岩纵波、横波速度。

c. 单界面的位移与位移位反射、透射系数也存在同样的规律, 且分别对应着 Zoeppritz 方程与 Knott 方程。

这些都说明, 在薄层理论研究与弹性反演应用中, 需注意所用于波函数或地震数据是位移反透射系数或位移位反透射系数, 如不加说明, 将容易用错, 造成速度比的差异。

参考文献

[1] 戈革. 地震波动力学基础[M]. 北京: 石油工业出版社, 1980.

[2] 汪恩华. 适用于 AVO 分析的层状介质反射系数公式及模型[J]. 石油地球物理勘探, 1991, 26(4): 424-436.
 [3] 汪恩华, 贺振华, 李庆忠. 基于薄层的反射系数谱理论与模型正演[J]. 成都理工学院学报, 2001, 28(1): 70-74.
 [4] CHEN T S, LIU Y. Multi-component AVO response of thin beds based on reflectance spectrum theory[J]. Applied Geophysics, 2006, 3(1): 27-36.
 [5] 王建花. 叠前弹性参数反演新方法[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2006.
 [6] 孙成禹. 地震波理论与方法[M]. 东营: 中国石油大学出版社: 2007: 81-86.
 [7] 叶树刚. 含油气性和岩性变化引起的多波地震 AVA 响应特征[D]. 北京: 中国地质大学, 2010.
 [8] 黄绪德. 薄层陷频法[J]. 勘探地球物理进展, 2002, 25(5): 1-6.
 [9] MATTHEW H. Predicting bed thickness with spectral decomposition[J]. The Leading Edge, 2006, 25(2): 199-204.
 [10] 姚陈, 蔡明刚, 王赞. 各向同性薄层发射理论地震图[J]. 地球物理学报, 2010, 53(1): 164-170.
 [11] AKI K, RICHARDS P G. Quantitative seismology: theory and methods[M]. San Francisco: W.H.Freeman, 1980: 134.
 [12] 同济大学数学教研室. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982: 21.

(责任编辑 宋震炎)