

SPH 模型的精度影响因素分析

周游^{1,2}, 刘耘^{1*}

(1. 中国科学院 地球化学研究所 矿床地球化学国家重点实验室, 贵州 贵阳 550002;

2. 成都理工大学, 四川 成都 610059)

地-月系统具有一些非常独特的性质。与其它的类地行星相比, 地-月系统具有非常高的角动量; 月球与地球的质量比也远高于类似的卫星和大行星质量比, 达到 1 : 81.3; 月球的整体密度 (3.34 g/cm^3) 却比地球或其他内行星低得多, 这是由于月球所含的金属铁含量较低 (<5%) 所致。月球的化学组成也很独特, 像 K、Pb、Bi 这样的挥发性元素严重缺失, 而像 Ca、Al、Ti 及 U 这样的难溶元素则很富集。近年来随着高精度分析测试手段的不断提高, 超级计算机计算能力的增强, 在世界范围内月球重新成为研究的热点。月球的形成的各种假说中, 月球形成的大碰撞假说是近年来最广为接受的理论, 目前大碰撞模型数值模拟的主要方法是采用 SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 模型, 关于这方面的研究, 国外已经开展了较为深入的工作, 但国内的研究尚属空白。

SPH 方法具有自适应性、无网格性、粒子形式以及拉格朗日性质, 避免了网格的变形问题, 因此非常适宜处理大变形和冲击载荷问题。采用 SPH 方法对连续介质力学基本守恒方程组在空间域上进行离散近似, 考虑人工粘性 Π_{ij} 和人工热流 H_i 的影响, 建立具有弹塑性材料的连续介质流体力学控制方程的 SPH 公式如下:

$$\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ij}^\beta \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \\ \frac{dv_i^\alpha}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\mu_i \varepsilon_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \varepsilon_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \\ \frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) v_{ij}^\beta \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_j^{\alpha\beta} + H_i \\ \frac{dx_i^\alpha}{dt} = v_i^\alpha - \varepsilon \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (x_i^\alpha - x_j^\alpha) \cdot W_{ij} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\varepsilon_i^{\alpha\beta}$ 为粒子 i 的应变张量, μ 为动力粘性系数, P 为静水压力。

本次研究通过 SPH 流体模型的两个经典算例: Shock Tube 和 Shear-Cavity, 分别模拟了 SPH 模型中光滑核函数、光滑长度、边界处理方法、粒子的初始分布、粒子数量等计算参数的选择对模拟结果影响。为基于 SPH 模型的月球形成大碰撞模型数值模拟打下基础。通过本次精度影响分析的模拟结果, 可以得出一下一些基本认识:

(1) 常用光滑核函数对 Shock Tube 和 Shear-Cavity 模拟的影响结果较小, 采用不同光滑核函数对 Shock Tube 和 Shear-Cavity 模拟的结果基本一致;

(2) 光滑长度的选取对模拟结果有一定影响, 其影响结果要大于光滑核函数对模拟结果的影响;

(3) SPH 模型的边界处理方法对模拟结果有较大影响, 没有采用或采用了不合理的边界处理方法, 对 SPH 模型的计算结果会产生较大误差。

(4) 粒子的初始分布对 SPH 模型的影响随时间递减。

(5) 粒子数量对 Shock Tube 和 Shear-Cavity 模拟的影响结果较小, 从 400 个初始粒子到 40000 个初始粒子, 其计算结果差别不大。需要注意的是, 针对 Shock Tube 和 Shear-Cavity 这样的简单算例, 计算结果对粒子数量不敏感, 但对于一些复杂算例, 粒子数量对模拟结果的影响仍然需要进一步研究。

作者简介: 周游, 男, 1980 年生, 副教授, 博士后, 主要从事数值模拟领域研究。E-mail: zhouyou06@cdu.cn, zhouyou@mail.gyig.ac.cn