

大地电磁三维标量有限元正演及 MPI 并行计算

肖调杰^{1,2}, 刘云¹, 宋滔^{1,2}, 王赟¹

(1. 中国科学院 地球化学研究所 矿床地球化学国家重点实验室, 贵州 贵阳 550002;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

本文从麦克斯韦方程组出发, 用加权余量法推导了磁场源情况下的变分方程, 用六面体对研究区域进行剖分, 然后在单元内进行线性插值, 最后得到总体刚度矩阵。用 Fortran 编程实现了三维大地电磁正演程序, 最后通过模型计算结果对比, 验证了程序的正确性; 用前人模型进行计算, 并与其结果对比, 二者一致。基于 MPI 实现了频点间的并行, 对一个三维模型进行计算, 并行后开启 16 进程时加速比达到了 11, 大大减少了所需时间。

1 三维正演基本理论

由麦克斯韦方程组得

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{H}}{\sigma - i\omega\epsilon} \right) - i\omega\mu\mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

其中 \mathbf{H} 是电场, ω 为角频率, μ 是介质的导磁系数, σ 是介质的电导率, ϵ 是介质的介电常数。

假设初始大地电磁场是平面波场, 初始的偏振方向沿 x 轴或 y 轴, 选取足够大的六面体区域, 三维不均匀体产生的异常电磁场在边界区域上为零, 则电磁场的边界条件:

在上表面 $\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_{x0}$, $\mathbf{H}_y = \mathbf{H}_{y0}$, $\mathbf{H}_z = 0$; 在 4 个垂直边界面上, 电磁场的传播方向垂直向下, 与界面的法向垂直, 即 $\mathbf{E} \times \mathbf{H} \perp \Gamma$; 在底面上, 电磁场按指数规律向下传播, $\mathbf{H}_x = be^{-kz}$, $\mathbf{H}_y = ce^{-kz}$, $\mathbf{H}_z = 0$, 其中 b, c 是常数, $k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma}$, σ 是地面上的介质电导率。用加权余量法推导, 再增加一罚项强加散度条件并得到其泛函,

$$\sum_v \int_e \nabla \times \delta \mathbf{H} \cdot \frac{\nabla \times \mathbf{H}}{\sigma} dv - \sum_v \int_e i\omega\mu\mathbf{H} \cdot \delta \mathbf{H} dv + \sum_{\square EFGSH} \int_{\square 5678} \frac{\lambda}{\sigma} \mathbf{H}_x \delta \mathbf{H}_x ds \quad (2)$$

最后得到总体刚度矩阵, 进而得到线性方程组, 解方程即可得各磁场分量。

2 模型计算

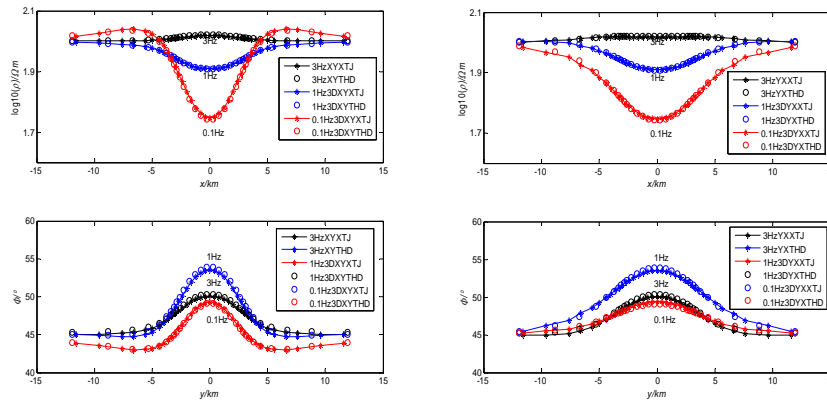
三维模型采用三维棱柱体模型 (谭捍东等, 2003), 三维棱柱体尺寸为 $6000 \text{ m} \times 6000 \text{ m} \times 3000 \text{ m}$, 电阻率为 $10 \Omega \cdot \text{m}$, 顶面埋深为 3000 m , 围岩电阻率为 $100 \Omega \cdot \text{m}$ 。计算频点为 3 Hz 、 1 Hz 及 0.1 Hz 共 3 个频点, 将 YX 模式、XY 模式分别与谭捍东教授的数值模拟结果进行了对比, YX 模式对比如图 1 所示, 可以看到在 3 Hz 、 1 Hz 及 0.1 Hz 时, 不管是 XY 模式还是 YX 模式的视电阻率还是相位, 二者都非常一致。

3 并行计算

对一个低阻体模型在服务器上进行并行计算, CPU 为 Intel(R) Xeon® CPU E5-2690 v2 @ 3.00 GHz。从 $1000 \sim 0.01 \text{ Hz}$ 范围内按对数均匀取 16 个频点进行计算, 网格大小为 $33 \times 31 \times 27$ 。串行时 16 个频点计算完成所需时间为 7192 s , 开启 16 个进程时所需时间为 655 s , 加速比达到了 11, 大大地缩短了所需时间。

基金项目: 国家科技 973 项目“华南大面积低温成矿作用”中“大型-超大型低温矿床成矿规律与找矿预测”课题 (2014CB440905); 矿床地球化学国家重点实验室“十二五”项目群 (SKL0DG-ZY125-01); 自然科学基金项目 (批准号: 41425017); 贵州省自然科学基金“深部隐伏矿床音频电磁法数值模拟及勘探模式研究” (2014GZ93278); 国家自然科学基金“起伏地形条件下三维大定源回线瞬变电磁场数值模拟研究” (41440031)

作者简介: 肖调杰, 男, 1991 年生, 硕士研究生, 从事大地电磁数值模拟。E-mail: xiaotiaojie@mail.gyig.ac.cn



(a) XY 模式视电阻率及相位对比

(b) YX 模式视电阻率及相位对比

图 1 视电阻率及相位对比

4 结 论

- (1) 通过模型计算并与解析解或前人结果进行对比，充分说明算法和程序是可靠及有效的；
- (2) 基于 MPI 实现了三维大地电磁频点间的并行，非常有效地减少了所需时间。

参 考 文 献:

童孝忠. 2008. 大地电磁测深有限单元法正演与混合遗传算法正则化反演研究. 长沙: 中南大学.
 谭捍东, 余钦范, Booker J. 2003. 大地电磁法三维交错采样有限差分数值模拟. 地球物理学报, 46(5): 7.